

TEMĂ

Linii de transmisie fără pierderi

Coeficientul de reflexie, raportul de undă staționară
Impedanța de linie, impedanța de intrare, transformatoare de impedanță

George Marian Vasilescu

29 Mar. 2016

Exercițiul 1. O linie de transmisie fără pierderi are inductivitatea lineică $L' = \frac{1}{3} \mu \frac{H}{m}$ și capacitatea lineică $C' = \frac{0,4}{3} n \frac{F}{m}$. Se cere:

- Să se specifice ce valoare are rezistența lineică R' și conductanța lineică G' în acest caz?
- Constanta complexă de propagare $\underline{\gamma}$ pentru frecvența $f = 1 \text{ GHz}$. Ce valoare are constanta de atenuare α și constanta de fază β ?
- Impedanța caracteristică \underline{Z}_0 . Care este defazajul dintre curent și tensiune în orice poziție z a liniei dacă pe aceasta nu apar reflexii? De unde rezultă această valoare a defazajului?
- Viteza de fază v_f . Depinde aceasta de frecvență?

Exercițiul 2. O linie de transmisie fără pierderi de 50Ω este terminată într-o sarcină formată dintr-un rezistor de rezistență $R = 100 \Omega$ în serie cu un condensator de capacitate $C = 3 \text{ pF}$. Să se calculeze, pentru frecvența $f = 500 \text{ MHz}$:

- Impedanța de sarcină normalizată \underline{z}_s . Depinde aceasta de frecvență?
- Coeficientul de reflexie $\underline{\Gamma}$. De câte ori este mai mare valoarea efectivă a unei directe de tensiune față de cea a celei inverse? Cum sunt cele două unde defazate?
- Raportul de undă staționară S . Cu cât este egal raportul dintre maximul valorii efective a unei de tensiune și minimul acesteia?

Exercițiul 3. Ce impedanță de sarcină \underline{Z}_s trebuie conectată la capetele unei linii lungi având impedanța caracteristică \underline{Z}_0 astfel încât să nu apară reflexii ale undelor? Ce valoare are impedanța de sarcină normalizată \underline{z}_s în acest caz?

Exercițiul 4. Să se calculeze coeficientul de reflexie $\underline{\Gamma}$ și raportul de undă S , pentru o linie de transmisie având $\underline{Z}_0 = 50 \Omega$, pentru următoarele valori ale impedanței de sarcină:

- $\underline{Z}_s = \underline{Z}_0 [\Omega]$ (sarcină adaptată)
- $\underline{Z}_s = 0 [\Omega]$ (scurtcircuit)
- $\underline{Z}_s = \infty [\Omega]$ (gol)

În care din aceste cazuri nu apar reflexii pe linie?

Exercițiul 5. Pe o linie fără pierderi apar reflexii ale undelor. De-a lungul liniei, valoarea efectivă a tensiunii variază ca în figura 1. Ce valoare are raportul de undă staționară S dacă valoarea efectivă maximă este de 12 mV , iar cea minimă este de 3 mV ?

Exercițiul 6. Linia lungă fără pierderi de 100Ω din figura 2 este terminată într-o sarcină având impedanța $\underline{Z}_s = 25 \Omega$. La distanța $d = 0,7\lambda$ de sarcină sunt situate bornele BB' . Cunoscându-se că cele două circuite din figură sunt echivalente, să se calculeze impedanța echivalentă \underline{Z}_e .

Exercițiul 7. Să se calculeze impedanța de intrare \underline{Z}_{in} pentru circuitul din figura 3, cunoscându-se lungimile și impedanțele caracteristice ale liniilor precum și impedanțele elementelor de circuit.

Exercițiul 8. Măsurând impedanțele de intrare într-o linie de transmisie fără pierderi atunci când la capetele acesteia se află un scurtcircuit și un gol obținem valorile $\underline{Z}_{in}^{sc} = -36,29j$ și, respectiv, $\underline{Z}_{in}^{gol} = 68,87j$. Să se calculeze impedanța caracteristică \underline{Z}_0 .

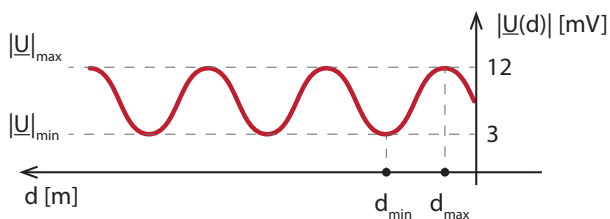


Figura 1: Valoarea efectivă a tensiunii pe linie

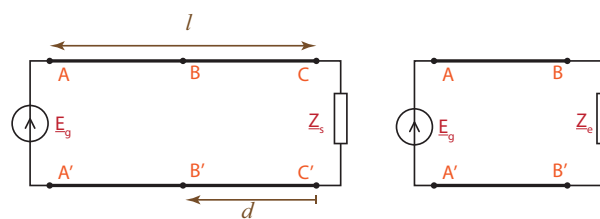


Figura 2: Cele două circuite sunt echivalente.

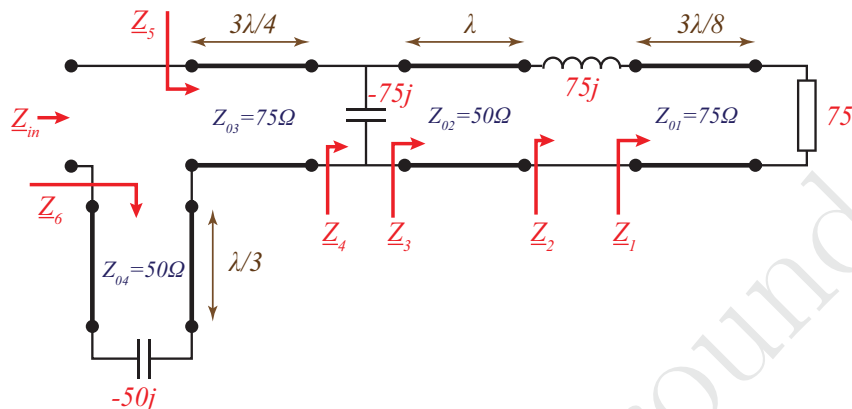


Figura 3: O succesiune de linii de transmisie și elemente de circuit.

Soluții și indicii

Soluția 1.

- Parametrii R' și G' modelează pierderile pe linia lungă. Drept urmare, deoarece linia este fără pierderi, ambii parametri sunt nuli.
- $\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = j\omega\sqrt{L'C'} \approx 41,88j [1/m]$; $\alpha = \text{Re}(\gamma) = 0 \text{ Np/m}$; $\beta = \text{Im}(\gamma) = 41,88 \text{ rad/m}$;
- $Z_0 = \sqrt{(R' + j\omega L')/(G' + j\omega C')} = \sqrt{L'/C'} = 50 \Omega$; defazajul este nul.
- $v_f = 1/\sqrt{L'C'} = c/2$; viteza de fază depinde de frecvență în măsura în care L' și C' depind de frecvență.

Soluția 2.

Impedanța de sarcină este $Z_s = R - \frac{j}{\omega C} = 100 - 106,103j [\Omega]$. Raportând Z_s la impedanța caracteristică $Z_0 = 50 \Omega$ se obține impedanța normalizată a sarcinii $z_s = 2 - 2,12j$. Coeficientul de reflexie al undei de tensiune este $\Gamma = 0,555 - 0,314j = 0,638e^{-j29,49^\circ}$. Raportul de undă staționară $S = 4,5309$.

Soluția 5.

Raportul de undă staționară este definit ca fiind raportul $S = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}}$. Deci, în cazul de față, $S = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} = 4$.

Soluția 6.

Impedanța echivalentă Z_e este impedanța de linie corespunzătoare poziției $z = -d$ ("văzută" la bornele BB' , "uitându-ne" spre sarcină).

$$Z(z) = \frac{1 + \Gamma e^{j2\beta z}}{1 - \Gamma e^{j2\beta z}} Z_0 \quad (1)$$

Obținem: $\Gamma = -0,6$, $Z_e = Z(z = -d) = 164,4 + 181,2j [\Omega]$

Soluția 7.

$\underline{Z}_1 = 75$ (linie adaptată), $\underline{Z}_2 = 75(1 + j)$ (\underline{Z}_1 serie cu bobina), $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 = 75(1 + j)$ (transformator de impedanță în $\lambda/2$), $\underline{Z}_4 = 75(1 - j)$ (\underline{Z}_3 în paralel cu condensatorul), $\underline{Z}_5 = 37,5(1 + j)$ (transformator de impedanță în $\lambda/4$), $\underline{Z}_6 = 186,60j$ (impedanța de intrare – formula generală), $\underline{Z}_{in} = 37,5 + 224,1j$ (\underline{Z}_5 serie cu \underline{Z}_6).

Soluția 8.

Impedanța de intrare pentru linia de transmisie fără pierderi terminată în scurtcircuit, respectiv gol, rezultă din expresia generală a impedanței de intrare (vezi cursul):

$$\underline{Z}_{in}^{sc} = jZ_0 \operatorname{tg}(\beta l) \quad \underline{Z}_{in}^{gol} = -jZ_0 \operatorname{ctg}(\beta l), \quad \text{unde } Z_0 \in \mathbb{R} \quad (2)$$

Se obține $Z_0 \approx 50 \Omega$.

Sisteme cu microunde