

# Sisteme cu microunde

## *Curs #4: Reflexia undelor pe liniile de transmisie fără pierderi*

George Marian Vasilescu

Facultatea de Inginerie Electrică, Universitatea Politehnica din București

10 Mar. 2018 (rev. 14 Mar. 2019)

# Cuprins

- 1 Liniile de transmisie fără pierderi
- 2 Dispersia undelor pe liniile de transmisie
- 3 Coeficientul de reflexie
- 4 Raportul de undă staționară

# Cuprins

- 1** Liniile de transmisie fără pierderi
- 2 Dispersia undelor pe liniile de transmisie
- 3 Coeficientul de reflexie
- 4 Raportul de undă staționară

## Comportarea liniilor de transmisie

- Liniile de transmisie sunt complet descrise de parametrii secundari  $\underline{\gamma}$  și  $\underline{Z}_0$ .
- Aceștia depind, la rândul lor, de parametrii primari  $R'$ ,  $L'$ ,  $G'$  și  $C'$ , dar și de frecvența  $f$ .

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \quad \left[ \frac{1}{m} \right] \quad (1a)$$
$$= \alpha + j\beta$$

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad [\Omega] \quad (1b)$$

- Dintre parametrii primari, doar doi modelează pierderile pe linie. Care sunt aceștia?

## Comportarea liniilor de transmisie

- Liniile de transmisie sunt complet descrise de parametrii secundari  $\underline{\gamma}$  și  $\underline{Z}_0$ .
- Aceștia depind, la rândul lor, de parametrii primari  $R'$ ,  $L'$ ,  $G'$  și  $C'$ , dar și de frecvența  $f$ .

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \quad \left[ \frac{1}{m} \right] \quad (1a)$$
$$= \alpha + j\beta$$

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad [\Omega] \quad (1b)$$

- Dintre parametrii primari, doar doi modelează pierderile pe linie :  $R'$  și  $G'$ .

## Linia de transmisie fără pierderi

- În anumite situații putem avea  $R' \ll \omega L'$  și  $G' \ll \omega C'$ .
- În acest caz putem neglija pierderile și spunem că avem o **linie de transmisie fără pierderi** (LTFP).

## Linia de transmisie fără pierderi

- În anumite situații putem avea  $R' \ll \omega L'$  și  $G' \ll \omega C'$ .
- În acest caz putem neglija pierderile și spunem că avem o **linie de transmisie fără pierderi** (LTFP).
- Putem spune că  $R' \approx 0$  și  $G' \approx 0$ , parametrii secundari (1) devenind

$$\underline{\gamma} = j\omega\sqrt{L'C'} \quad \left[\frac{1}{m}\right] \quad (2a)$$
$$= \alpha + j\beta$$

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad [\Omega] \quad (2b)$$

## Când putem neglija pierderile pe o linie?

- În realitate nu există linii de transmisie ale căror pierderi sunt total inexistente.
- Însă, în unele cazuri, putem neglija pierderile.

### Când putem neglija pierderile pe LT

- Le putem neglija dacă de-a lungul liniei atenuarea este suficient de mică.
- Acest lucru se poate întâmpla când linia *lungă* este suficient de scurtă încât diminuarea amplitudinii este neglijabilă.



## Care sunt consecințele lipsei pierderilor pe o linie?

Putem trage câteva concluzii importante din relațiile (2).

**1 Constanta de atenuare  $\alpha$  este nulă**

$$\alpha = \operatorname{Re}(\underline{\gamma}) = 0 \frac{Np}{m} \quad (3)$$

- Deci LTFP nu amortizează undele.
- Aceasta vine ca o confirmare a afirmațiilor din paragrafele anterioare.

**2 Constanta de fază  $\beta$  este**

$$\beta = \operatorname{Im}(\underline{\gamma}) = \omega \sqrt{L'C'} \left[ \frac{1}{m} \right] \quad (4)$$

## Care sunt consecințele lipsei pierderilor pe o linie?

Putem trage câteva concluzii importante din relațiile (2).

- 3 Impedanța caracteristică** este un număr real

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{L'/C'} \in \mathbb{R}$$

- 4 Viteza de fază**  $v_f$  depinde doar de parametrii  $L'$  și  $C'$ , dar nu și de frecvență.

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (5)$$

- În cazul LT cu pierderi  $v_f$  depindea și de frecvență.
- În cazul LTFP,  $v_f$  depinde de frecvență doar dacă  $L'$  și  $C'$  depind de frecvență.

## Care sunt consecințele lipsei pierderilor pe o linie?

5 Deoarece  $\underline{\gamma} = j\beta$ , soluțiile ecuațiilor undelor pe LTFP devin

$$\underline{U}(z) = \underline{U}^+(z) + \underline{U}^-(z) = \underline{U}_0^+ e^{-j\beta z} + \underline{U}_0^- e^{j\beta z} \quad (6a)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{I}^+(z) + \underline{I}^-(z) = \frac{\underline{U}_0^+}{\underline{Z}_0} e^{-j\beta z} - \frac{\underline{U}_0^-}{\underline{Z}_0} e^{j\beta z} \quad (6b)$$

# Cuprins

- 1 Liniile de transmisie fără pierderi
- 2 Dispersia undelor pe liniile de transmisie**
- 3 Coeficientul de reflexie
- 4 Raportul de undă staționară

# Dispersia undelor pe liniile de transmisie

- Ce importanță are dacă viteza de fază depinde de frecvență?

# Dispersia undelor pe liniile de transmisie

- Ce importanță are dacă viteza de fază depinde de frecvență?
- După cum vom vedea, are o foarte mare importanță.

# Dispersia undelor pe liniile de transmisie

- Ce importanță are dacă viteza de fază depinde de frecvență?
- După cum vom vedea, are o foarte mare importanță.
- Orice semnal poate fi descompus în mai multe sinusoidale de *diverse* frecvențe.

## Dispersia undelor pe liniile de transmisie

- Ce importanță are dacă viteza de fază depinde de frecvență?
- După cum vom vedea, are o foarte mare importanță.
- Orice semnal poate fi descompus în mai multe sinusoidale de *diverse* frecvențe.
- Aceste sinusoidale, aplicate la capătul liniei, dau naștere unor unde sinusoidale de *diverse* lungimi de undă ( $\lambda = v_f/f$ ).



# Dispersia undelor pe liniile de transmisie

- Ce importanță are dacă viteza de fază depinde de frecvență?
- După cum vom vedea, are o foarte mare importanță.
- Orice semnal poate fi descompus în mai multe sinusoidale de *diverse* frecvențe.
- Aceste sinusoidale, aplicate la capătul liniei, dau naștere unor unde sinusoidale de *diverse* lungimi de undă ( $\lambda = v_f/f$ ).

## Definiție

Atunci când viteza fază  $v_f$  depinde de frecvență spunem că pe linie apare **dispersia** undelor.

## Exemplu de dispersie a undelor armonice

Unda periodică  $u(z, t) = u_1(z, t) + u_2(z, t)$  din figură se poate descompune în două componente  $u_1$  și  $u_2$  de *frecvențe diferite*.

## Exemplu de dispersie a undelor armonice

### Linie fără dispersie

Dacă  $v_f$  nu depinde de frecvență, atunci cele două componente se propagă cu aceeași viteză.

### Linie cu dispersie

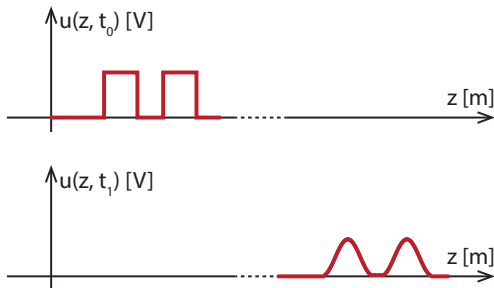
Dacă  $v_f$  depinde de frecvență, atunci cele două componente se propagă cu viteze diferite.

### Concluzii

- Dacă linia are dispersie, unda se deformează și semnalul ajunge **distorsionat** la capătul liniei.
- Deci, dispersia duce la distorsionarea semnalului.
- Și undele tranzitorii sunt afectate de dispersie din aceleași motive.

## Exemplu de dispersie a undelor tranzitorii

În acest exemplu se observă efectul pe care îl are dispersia asupra unui semnal dreptunghiular.



## Ce putem face pentru a elimina dispersia pe LTFP?

- Trebuie să reducem dependența vitezei de fază de frecvență.
- În cazul LTFP, aparent,  $v_f = 1/\sqrt{L'/C'}$  nu depinde de frecvență.
- În realitate  $L'$  și  $C'$  pot depinde, într-o anumită măsură, de frecvență.
- Linia trebuie construită a.î. această dependență să fie cât mai redusă pe banda de frecvențe la care se lucrează.

# Cuprins

- 1 Liniile de transmisie fără pierderi
- 2 Dispersia undelor pe liniile de transmisie
- 3 Coeficientul de reflexie**
- 4 Raportul de undă staționară

## Efectul sarcinii asupra undelor de pe linie

- Ce se întâmplă când **unda incidentă** pe sarcină ajunge la aceasta?

## Efectul sarcinii asupra undelor de pe linie

- Ce se întâmplă când **unda incidentă** pe sarcină ajunge la aceasta?
- Avem trei cazuri distincte (ce pot fi, însă, analizate unitar):
  - 1 unda este complet absorbită de sarcină,
  - 2 unda este reflectată în totalitate de sarcină,
  - 3 unda este parțial reflectată și parțial absorbită de sarcină.
- Reflexia undelor va da naștere unor unde inverse. Le vom numi, în acest context, **unde reflectate**.



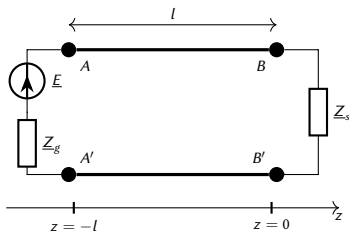
## Efectul sarcinii asupra undelor de pe linie

- Ce se întâmplă când **unda incidentă** pe sarcină ajunge la aceasta?
- Avem trei cazuri distincte (ce pot fi, însă, analizate unitar):
  - 1 unda este complet absorbită de sarcină,
  - 2 unda este reflectată în totalitate de sarcină,
  - 3 unda este parțial reflectată și parțial absorbită de sarcină.
- Reflexia undelor va da naștere unor unde inverse. Le vom numi, în acest context, **unde reflectate**.
- Undele reflectate sunt, deci, un „ecou”.

## Efectul sarcinii asupra undelor de pe linie

- Ce se întâmplă când **unda incidentă** pe sarcină ajunge la aceasta?
- Avem trei cazuri distincte (ce pot fi, însă, analizate unitar):
  - 1 unda este complet absorbită de sarcină,
  - 2 unda este reflectată în totalitate de sarcină,
  - 3 unda este parțial reflectată și parțial absorbită de sarcină.
- Reflexia undelor va da naștere unor unde inverse. Le vom numi, în acest context, **unde reflectate**.
- Undele reflectate sunt, deci, un „ecou”.
- De cele mai multe ori nu ne plac aceste ecouri.
- Vom vedea în cursurile următoare cum le vom elimina (sau măcar diminua).

## Coeficientul de reflexie (al tensiunii)



### Definiție

**Coeficientul de reflexie (al tensiunii)  $\underline{\Gamma}$**  este raportul dintre unda complexă reflectată  $\underline{U}^-(z)$  și cea incidentă  $\underline{U}^+$  în poziția în care e conectată sarcina (la  $z = 0$ ).

$$\underline{\Gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{U}^-(z=0)}{\underline{U}^+(z=0)} \in \mathbb{C} \quad (7)$$

$$\Rightarrow \underline{\Gamma} = \frac{\underline{U}_0^- e^{j\beta 0}}{\underline{U}_0^+ e^{-j\beta 0}} = \frac{\underline{U}_0^-}{\underline{U}_0^+}$$

$$\Rightarrow \underline{U}_0^- = \underline{\Gamma} \underline{U}_0^+$$

## Noile expresii ale undelor

Înlocuind pe  $\underline{\Gamma}$  în (6), obținem noile expresii pentru undele de tensiune și de curent:

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0^+ (e^{-j\beta z} + \underline{\Gamma} e^{j\beta z}) \quad (8a)$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_0^+}{\underline{Z}_0} (e^{-j\beta z} + \underline{\Gamma} e^{j\beta z}) \quad (8b)$$

### Am redus numărul de constante

- În relațiile (6), ce descriu undele de tensiune și curent apăreau două constante:  $\underline{U}_0^+$  și  $\underline{U}_0^-$ .
- În noua formă (8) a mai rămas o *singură* constantă:  $\underline{U}_0^+$ .

## Interpretarea coeficientului de reflexie

Coeficientul de reflexie este raportul a două tensiuni complexe (7).

Ce informații ne oferă  $\underline{\Gamma}$ ?

Rezultă imediat din (7) că  $\underline{\Gamma} = |\underline{\Gamma}|e^{j\theta}$   
ne oferă două informații:

- 1 De câte ori este mai mică valoarea efectivă (și, deci, amplitudinea) undei de tensiune reflectate față de cea a celei incidente: de  $|\underline{\Gamma}|$  ori.
- 2 Cum e defazată unda reflectată față de cea incidentă: cu  $\theta$ .

# Interpretarea coeficientului de reflexie

Coeficientul de reflexie este raportul a două tensiuni complexe (7).

## Ce informații ne oferă $\underline{\Gamma}$ ?

Rezultă imediat din (7) că  $\underline{\Gamma} = |\underline{\Gamma}|e^{j\theta}$  ne oferă două informații:

- 1 De câte ori este mai mică valoarea efectivă (și, deci, amplitudinea) undei de tensiune reflectate față de cea a celei incidente: de  $|\underline{\Gamma}|$  ori.
- 2 Cum e defazată unda reflectată față de cea incidentă: cu  $\theta$ .

## Exemplu

Dacă  $\underline{\Gamma} = 0,5e^{j90^\circ}$  atunci putem spune că:

- 1 Valoarea efectivă a undei reflectate este jumătate din cea a celei incidente,
- 2 Unda reflectată este defazată cu  $90^\circ$  în fața celei incidente (are un avans de fază de  $90^\circ$ ).

## De ce impedanțe depinde coeficientul de reflexie?

- Ne așteptăm ca  $\underline{\Gamma}$  să depindă de impedanța de sarcină.
- Deoarece sarcini diferite duc la reflexii diferite.
- Știm că raportul  $\underline{U}/\underline{I}$  calculat la sarcină (la  $z = 0$ ) reprezintă impedanța complexă *din acea poziție* (care este chiar  $\underline{Z}_s$ ).
- Ținem cont de (8) și obținem:

$$\underline{Z}_s = \frac{\underline{U}(z=0)}{\underline{I}(z=0)} = \frac{1 + \underline{\Gamma}}{1 - \underline{\Gamma}} \implies$$
$$\boxed{\underline{\Gamma} = \frac{\underline{Z}_s - \underline{Z}_0}{\underline{Z}_s + \underline{Z}_0}} \quad (9)$$

Dacă definim **impedanța normalizată** a sarcinii ca  $\underline{z}_s = \underline{Z}_s/\underline{Z}_0$  obținem

$$\boxed{\underline{\Gamma} = \frac{\underline{z}_s - 1}{\underline{z}_s + 1}} \quad (10)$$

## Câteva categorii de sarcini

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda? Dar când o reflectă în totalitate?
- Deducem situațiile în care au loc scenariile anterioare fără să utilizăm încă relația (9).



## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina este un element nedisipativ

- Ce se întâmplă dacă sarcina este un element nedisipativ (adică nu se „încălzește”)?
- Elementele nedisipative nu absorb putere activă pe la borne. Acestea sunt: bobina, condensatorul, golul și scurtcircuitul.

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina este un element nedisipativ

- Ce se întâmplă dacă sarcina este un element nedisipativ (adică nu se „încălzește”)?
- Elementele nedisipative nu absorb putere activă pe la borne. Acestea sunt: bobina, condensatorul, golul și scurtcircuitul.
- Deoarece nu sunt disipative, energia pe care o primesc o cedează, în totalitate, înapoi în circuit.

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina este un element nedisipativ

- Ce se întâmplă dacă sarcina este un element nedisipativ (adică nu se „încălzește”)?
- Elementele nedisipative nu absorb putere activă pe la borne. Acestea sunt: bobina, condensatorul, golul și scurtcircuitul.
- Deoarece nu sunt disipative, energia pe care o primesc o cedează, în totalitate, înapoi în circuit.
- Drept urmare amplitudinea undei reflectate va fi egală cu cea a celei incidente.
- Ne așteptăm, deci, că  $|\underline{\Gamma}| = 1$ . Reiese imediat din (9).

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda incidentă pe ea?

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda incidentă pe ea?
- Cât timp unda nu „sesizează” o modificare bruscă în mediul prin care se propagă aceasta nu se reflectă.
- Își „vede de drum”.

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda incidentă pe ea?
- Ce impedanță „vede” unda la fiecare nouă poziție la care înaintează?

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda incidentă pe ea?
- Ce impedanță „vede” unda la fiecare nouă poziție la care înaintează?
- Ea „vede” impedanța caracteristică  $Z_0$ .

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- În ce situație sarcina nu reflectă deloc unda incidentă pe ea?
- Ce impedanță „vede” unda la fiecare nouă poziție la care înaintează?
- Ea „vede” impedanța caracteristică  $Z_0$ .
- Apariția bruște a unei impedanțe diferite de  $Z_0$  pe line constituie o modificare bruscă a mediului de propagare.
- În acest caz unda se reflectă.



## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- Deci, pentru elimina complet reflexiile pe LTFP impedanța de sarcină trebuie să fie egală cu impedanța caracteristică.
- Spunem că în acest caz sarcina și linia sunt **adaptate**.

## Câteva categorii de sarcini

### Sarcina nu reflectă unda

- Deci, pentru elimina complet reflexiile pe LTFP impedanța de sarcină trebuie să fie egală cu impedanța caracteristică.
- Spunem că în acest caz sarcina și linia sunt **adaptate**.
- În acest caz unda reflectată nu există și  $|\underline{\Gamma}| = 0$ . Reiese imediat din (9).
- Unul din obiectivele principale, atunci când lucrăm cu o linie, este să ne asigurăm că aceasta este adaptată la sarcină.

## Câteva categorii de sarcini – concluzii

### Când nu apar reflexii

- Dacă impedanța sarcinii este egală cu impedanța caracteristică a liniei  $\underline{Z}_s = \underline{Z}_0$  pe linie nu apar reflexii.
- Spunem că sarcina e **adaptată** la linie.
- În cazul unei LTFP, deoarece  $\underline{Z}_0 \in \mathbb{R}$ , sarcina trebuie să fie un rezistor.
- În acest caz  $\underline{\Gamma} = 0$ .

## Câteva categorii de sarcini – concluzii

### Când apar reflexii totale

- Dacă sarcina este un element nedisipativ aceasta va reflecta *în totalitate* unda incidentă.
- Amplitudinea undei reflectate va fi egală cu cea a celei incidente.
- Drept urmare,  $|\underline{\Gamma}| = 1$ .

# Cuprins

- 1 Liniile de transmisie fără pierderi
- 2 Dispersia undelor pe liniile de transmisie
- 3 Coeficientul de reflexie
- 4 Raportul de undă staționară**

## Aspectul undelor pe LTFP

- Este util să înțelegem modul în care tensiunea și curentul variază de-a lungul linei atunci când apar unde reflectate.
- Dacă pe linie există doar unda directă  $u^+(z, t)$ , avem aceeași variație pe care am observat-o la Cursul #2.
- Unda totală este, însă, suma undei incidente și a celei reflectate  $u(z, t) = u^+(z, t) + u^-(z, t)$ .

### Definiție

Atunci când două unde se suprapun dând naștere unei alte unde spunem că aceasta din urmă este dată de **interferența** celor două.

- Unda totală pe linie este dată de interferența undei directe și a celei inverse.

## Unde staționare

- Atunci când unda reflectată și cea incidentă au aceeași amplitudine, interferența lor va da naștere unei unde staționare!
- Observăm existența unor puncte în care oscilațiile au amplitudine 0. Numim aceste puncte **noduri**.
- Punctele în care amplitudinea este maximă se numesc **ventre** (sau anti-noduri).
- Acest caz e reprezentat în animația următoare.

# Unde staționare – animație



## Unde „aproape” staționare

- De cele mai multe ori reflexiile pe linie nu sunt totale.
- Unda reflectată poate avea o amplitudine *mai mică* decât cea a celei incidente.
- În acest caz undele vor fi doar parțial staționare.
- Nu vor mai exista zone în care amplitudinea undei totale să fie zero.

# Unde „aproape” staționare – animație

# Variația valorilor efective ale undelor de-a lungul liniei

## Concluzie

Reflexiile undelor dau naștere unor unde staționare (sau pseudo-staționare). În acest caz valoarea efectivă a tensiunii și a curentului variază *periodic* de-a lungul liniei.

## Cum „simțim” variația valorilor efective?

- Ne închipuim un experiment fictiv: o furnică specială, ce nu afectează linia, se deplasează de-a lungul acesteia.
- Ea se va electrocuta din cauza tensiunii și se va încălzi din cauza curentului.
- Aceasta se electrocutează și se încălzește mai mult sau mai puțin, în funcție de poziția pe linie.

## Care sunt maximele și minimele valorilor efective?

- Știm că  $|\underline{U}(z)|$  e asociat valorii efective a tensiunii  $u(z, t)$ .
- Calculăm modulul tensiunii complexe din (8)

$$\begin{aligned} |\underline{U}(z)| &= |\underline{U}_0^+| \cdot \left| e^{-j\beta z} + \underline{\Gamma} e^{j\beta z} \right| = |\underline{U}_0^+| \cdot \underbrace{\left| e^{-j\beta z} \right|}_1 \cdot \left| 1 + \underline{\Gamma} e^{j2\beta z} \right| \\ &= |\underline{U}_0^+| \cdot \left| 1 + \Gamma e^{j(\theta+2\beta z)} \right| \quad \text{unde am notat } \Gamma = |\underline{\Gamma}| \end{aligned}$$

- $|\underline{U}(z)|$  este maxim atunci când  $e^{j(\theta+2\beta z)} = 1$ , deci

$$\boxed{|\underline{U}(z)|_{\max} = |\underline{U}_0^+| \cdot (1 + |\underline{\Gamma}|)} \quad (11a)$$

- $|\underline{U}(z)|$  este minim atunci când  $e^{j(\theta+2\beta z)} = -1$ , deci

$$\boxed{|\underline{U}(z)|_{\min} = |\underline{U}_0^+| \cdot (1 - |\underline{\Gamma}|)} \quad (11b)$$

## La ce ne ajută să cunoaștem aceste maxime și minime?

- Printre altele: identificăm posibilele pericole ce pot apărea pe linie.
- Furnicuța poate avea o surpriză neplăcută dacă nu e atentă la ceea ce se predă la curs.
- Ar putea crede, la prima vedere, că maximul tensiunii pe linie nu are cum să depășească tensiunea pe care o simte pe linie atunci când aceasta e adaptată.
- S-ar înșela amarnic: dacă sarcina este un element nedisipativ atunci  $|\underline{\Gamma}| = 1$  și maximul valorii efective a tensiunii (11a) pe linie este *dublu* față de cea din cazul liniei adaptate!
- La fel s-ar întâmpla cu curentul: furnicuța s-ar încălzi mai mult decât s-ar aștepta în ventrele de curent.
- Ea ar realiza repede că aceste creșteri de valori se datorează undelor reflectate ce se adăuga celor incidente.

## La ce ne ajută să cunoaștem aceste maxime și minime?

- Genul acesta de probleme nu sunt importante doar pentru furnicuțele fictive.
- Îi privesc și pe inginerii ce transmit puteri mari pe linii.
- Inginerii electrotehniști știu că dacă tensiunea aplicată unui izolator este prea mare, acesta se poate străpunge.
- Mai știu și că dacă aplică un curent prea mare pe un conductor acesta se poate încălzi prea tare.

### Concluzia

Vrem ca amplitudinile să varieze cât mai puțin pe linie. Acest lucru se întâmplă atunci când undele reflectate sunt cât mai mici, deci când  $S$  este cât mai aproape de 1.

# Raportul de undă staționară

## Definiție

**Raportul de undă staționară**  $S$  este raportul dintre maximul și minimul valorii efective de pe lina de transmisie.

$$S \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|U(z)|_{\max}}{|U(z)|_{\min}} = \frac{1 + |\underline{\Gamma}|}{1 - |\underline{\Gamma}|} \in \mathbb{R} \quad (12)$$

## Observații

- Termenul folosit în limba engleză pentru  $S$  este *voltage standing wave ratio* și se abreviază cu *VSWR* sau *SWR*.
- $S$  e un număr *real* și are valorile situate în intervalul<sup>1</sup>  $S \in [1, \infty]$ .

<sup>1</sup>Facem o mică abatere de la formalismul matematic și spunem că  $S$  poate avea și valoarea  $\infty$ .

## Cazuri particulare

- Undele de tensiune și curent dau naștere diverselor oscilații de-a lungul liniei.
- Am văzut deja că amplitudinea poate varia periodic cu  $z$ .
- **Variația amplitudinii de-a lungul liniei este dictată de amplitudinea undelor reflectate.**
- Analizăm în continuare trei situații distincte:
  - 1 reflexiile sunt inexistente,
  - 2 reflexiile sunt totale,
  - 3 reflexiile sunt parțiale.

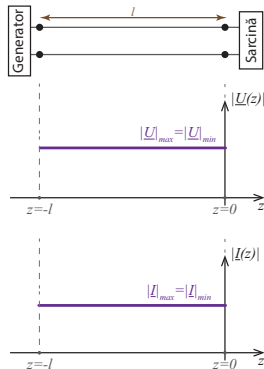


## Caz 1: Reflexiile sunt inexistente

### Valorile coeficienților

Are loc când sarcina e adaptată la linie.

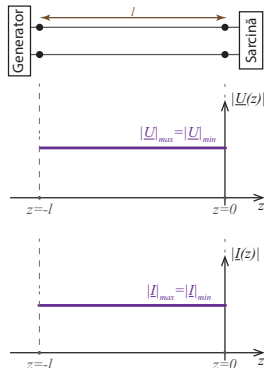
$$\begin{aligned}\underline{\Gamma} &= 0 && \text{rezultă din (7)} \\ \underline{Z}_s &= \underline{Z}_0 && \text{rezultă din (9)} \\ S &= 1 && \text{rezultă din (12)}\end{aligned}$$



## Caz 1: Reflexiile sunt inexistente

### Variația tensiunii

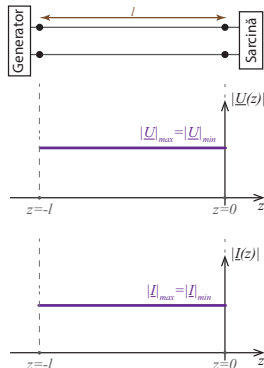
- În fiecare poziție  $z$  de pe linie, tensiunea va varia cu aceeași amplitudine.
- Deci, maximul și minimul valorii efective a tensiunii sunt egale.
- Rezultă din animații dar și din faptul că  $S = 1$ .
- **Amplitudinea este, deci, o funcție constantă în spațiu.**
- Cum s-ar electrocuta furnica în fiecare punct de pe linie?



## Caz 1: Reflexiile sunt inexistente

### Variația curentului

- Amplitudinea curentului este o funcție constantă în spațiu.
- Cum s-ar încălzi furnica în fiecare punct de pe linie?



## Caz 2: Reflexiile sunt totale

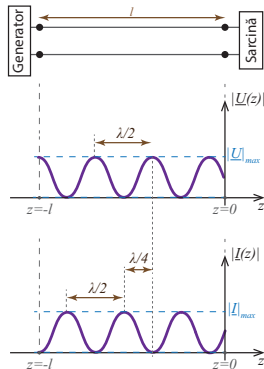
### Valorile coeficienților

Are loc când sarcina e nedisipativă.

$$|\underline{\Gamma}| = 1 \quad \text{rezultă din (7)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{Re}(\underline{Z}_S) = 0 \\ \text{sau } Z_S = 0 \\ \text{sau } Z_S = \infty \end{array} \right\} \text{rezultă din (9)}$$

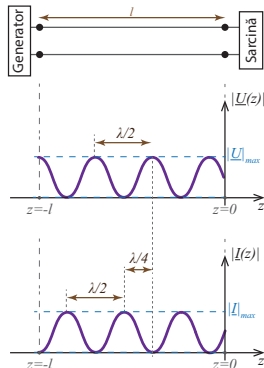
$$S = \infty \quad \text{rezultă din (12)}$$



## Caz 2: Reflexiile sunt totale

### Variația tensiunii

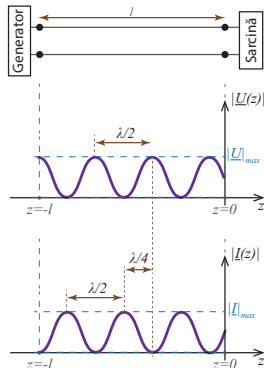
- Pe linie se stabilește o undă staționară.
- În anumite puncte (noduri) amplitudinea va fi nulă. Deci, chiar din definiția (12), poate fi dedus că  $S = \infty$ .
- În altele (ventre) va fi maximă.
- **Amplitudinea va fi o funcție periodică în spațiu de perioadă  $\lambda/2$ .**
- Cum s-ar electrocuta furnica în fiecare punct de pe linie?



## Caz 2: Reflexiile sunt totale

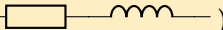
### Variația curentului

- Pe linie se stabilește o undă staționară de curent.
- **Amplitudinea curentului va fi o funcție periodică în spațiu de perioadă  $\lambda/2$ .**
- Variația *amplitudinii* curentului este translatată cu  $\lambda/4$  față de cea a tensiunii.
- Cum s-ar încălzi furnica în fiecare punct de pe linie?



## Caz 3: Reflexiile sunt parțiale

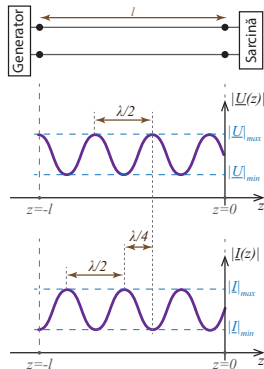
### Valorile coeficienților

Este cazul cel mai general. Are loc atunci când sarcina nu este adaptată și este disipativă (de ex. ).

$$|\underline{\Gamma}| \in (0, 1) \quad \text{rezultă din (7)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \underline{Z}_s \neq \underline{Z}_0 \\ \text{și sarcina} \\ \text{e disipativă} \end{array} \right\} \quad \text{rezultă din (9)}$$

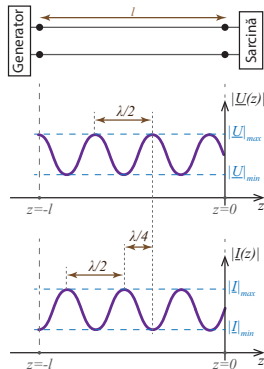
$$S \in (1, \infty) \quad \text{rezultă din (12)}$$



## Caz 3: Reflexiile sunt parțiale

### Variația tensiunii

- Este cazul cel mai general.
- Pe linie se stabilește o undă parțial staționară.
- În anumite puncte amplitudinea va fi minimă, dar *diferită de zero*!
- În altele va fi maximă.
- **Amplitudinea va fi o funcție periodică în spațiu de perioadă  $\lambda/2$ .**
- Cum s-ar electrocuta furnica în fiecare punct de pe linie?

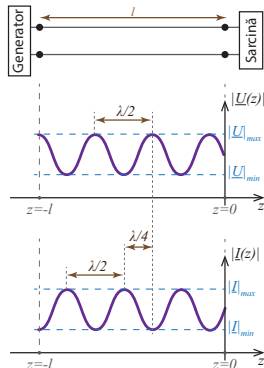




## Caz 3: Reflexiile sunt parțiale

### Variația curentului

- Pe linie se stabilește o undă staționară de curent.
- **Amplitudinea curentului va fi o funcție periodică în spațiu de perioadă  $\lambda/2$ .**
- Variația *amplitudinii* curentului este translatată cu  $\lambda/4$  față de cea a tensiunii.
- Cum s-ar încălzi furnica în fiecare punct de pe linie?



## Concluzii – reflexii

- Atunci când linia e adaptată nu apar reflexii, iar tensiunea și curentul au aceeași amplitudine în fiecare poziție  $z$ .
- Când apar unde reflectate, acestea se adaugă celor incidente ceea ce duce la variația periodică *în spațiu* a amplitudinii tensiunii și curentului.
- În acest caz, amplitudinile (și deci și valorile efective) vor avea perioada spațială de  $\lambda/2$  și nu  $\lambda$ .
- Maximul amplitudinii curentului va fi situat în minimumul amplitudinii tensiunii (și viceversa) distanța dintre acestea fiind, deci,  $\lambda/4$ .
- Dacă pe linie apar reflexii totale, pe ea se va stabili o undă staționară și minimumul amplitudinilor va fi egal cu zero.
- În general, ne dorim ca reflexiile pe linie să fie cât mai mici, deci ca raportul de undă staționară  $S$  să fie cât mai aproape de unu.