

# Sisteme cu microunde

## *Curs #3: Linii de transmisie*

George Marian Vasilescu

Facultatea de Inginerie Electrică, Universitatea Politehnica din București

03 Mar. 2018

# Cuprins

- 1** Introducere în teoria microundelor
  - Spectrul electromagnetic
  - Microundele
- 2** Introducere în teoria liniilor de transmisie
  - Linii de transmisie
  - Circuite cu parametrii distribuiți
- 3** Ecuțiile liniilor de transmisie
  - Ecuțiile telegrafiștilor
  - Impedanța caracteristică

# Cuprins

- 1** Introducere în teoria microundelor
  - Spectrul electromagnetic
  - Microundele
- 2 Introducere în teoria liniilor de transmisie
- 3 Ecuțiile liniilor de transmisie

# Ce este spectrul electromagnetic?

Undele electromagnetice (EM) pot fi aranjate de-a lungul unui domeniu continuu numit **spectru electromagnetic** în funcție de:

**frecvență** sau **lungime de undă**.

## De ce se poate face această aranjare?

Deoarece undele electromagnetice posedă o serie de **caracteristici comune**. Anume, orice undă EM armonică:

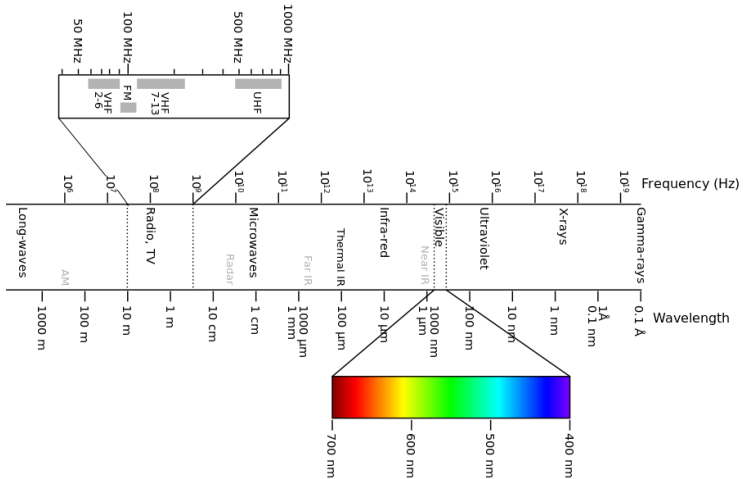
- 1 corespunde unui câmp electric și unuia magnetic, ambele oscilând la aceeași frecvență  $f$ ,
- 2 se propagă în vid cu aceeași viteză  $c$ , *indiferent* de frecvența  $f$ ,
- 3 are aceeași relație între lungimea de undă  $\lambda$  și frecvența  $f$ , anume:  $\lambda = c/f$ .

### Viteza luminii în vid $c$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

În acest curs vom utiliza preponderent valoarea aproximativă.

# Spectrul electromagnetic



[commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetic-Spectrum.png]

## Domeniul de frecvențe al microundelor

Nu există un consens asupra limitelor domeniului microundelor. În general, putem spune că microundele sunt cuprinse în domeniul

$$f \in (3, 300) \text{ GHz} \quad \lambda \in (10 \text{ cm}, 1 \text{ mm})$$

### Prefixul „micro”

- Prefixul „micro” *nu se referă la lungimea de undă a microundelor!*
- Acesta indică faptul că *microundele* au lungimi de undă mai mici în raport cu undele radio.

## Exemple de aplicații ale microundelor

- Sisteme de telecomunicații (GSM, Wi-Fi, satelit, etc.).
- Sisteme RADAR (urmărire ține, ghidare rachete, control trafic aeroport, meteo, etc.).
- Aplicații în cercetare (radioastronomie, fizica atomică și nucleară, etc.).
- Sisteme de încălzire (cuptorul cu microunde – casnic și industrial).
- etc.



# Cuprins

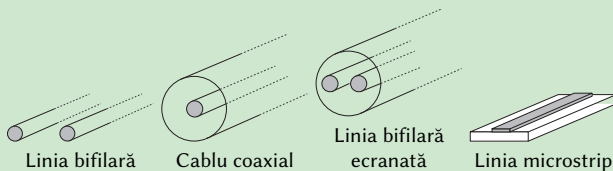
- 1 Introducere în teoria microundelor
- 2 Introducere în teoria liniilor de transmisie**
  - Linii de transmisie
  - Circuite cu parametrii distribuți
- 3 Ecuțiile liniilor de transmisie

# Linia de transmisie

## Definiție

O linie de transmisie (LT) este o structură formată din cel puțin două conductoare, de-a lungul căreia se propagă o undă electromagnetică (EM).

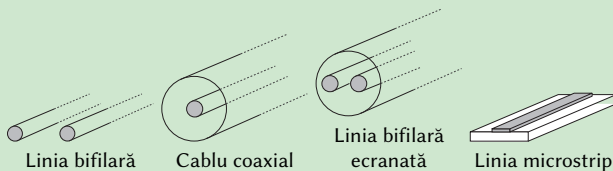
## Exemple de linii de transmisie



# Linia de transmisie

- În unele exemple sunt mai mult de două conductoare, dar *doar două* din acestea prezintă borne la intrarea și ieșire în linie.
- În cadrul acestui curs veți studia numai LT a căror secțiune transversală este uniformă.

## Exemple de linii de transmisie



# Câmpul electromagnetic în liniile de transmisie

## Modul TEM

- Câmpul electromagnetic în liniile de transmisie are o distribuție aparte.
- La orice moment  $t$  atât  $\vec{E}$  cât și  $\vec{H}$  sunt situați complet în planul transversal (săgețile nu ies din plan).
- Deci, când unda se propagă de-a lungul liniei, vectorii  $\vec{E}$  și  $\vec{H}$  oscilează în permanență în planul transversal.
- Numim acest *mod* de propagare mod **TEM** (transversal electric magnetic).

## Observație

Pe linie pot apărea și alte moduri de propagare, însă acestea nu se studiază folosind Teoria Liniilor de Transmisie.

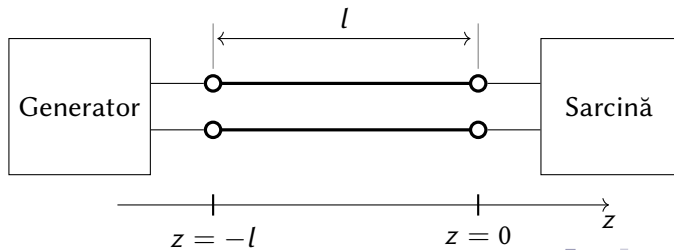
# Câmpul electromagnetic în liniile de transmisie

## Tensiunea și curentul în modul TEM

- În modul TEM putem defini în fiecare secțiune (deci în fiecare poziție  $z$ ):
  - tensiunea electrică  $u(z, t)$  între conductori,
  - intensitatea curentului electric  $i(z, t)$  a conductorilor.
- Deci, pentru a putea analiza o LT este suficient să determinăm  $u(z, t)$  și  $i(z, t)$ .
- Nu e nevoie să analizăm câmpul electromagnetic  $\vec{E}$  și  $\vec{H}$  local, în fiecare punct din secțiune.

## Notații, simboluri și coordonate

- Indiferent de geometria liniei, aceasta se reprezintă ca în figură.
- Notăm lungimea liniei cu  $l$ .
- Notăm poziția pe linie cu  $z$ .
- Plasăm originea ( $z = 0$ ) a axei  $Oz$  la sarcină.
- Această alegere a originii simplifică anumite calcule.
- Deci, vom lucra numai cu poziții negative  $z < 0$ .



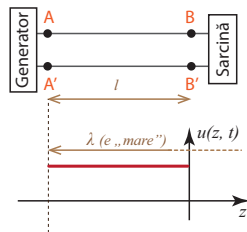
## Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

Pentru simplificarea expunerii, presupunem că rezistența liniei este neglijabilă. Deci, căderea de tensiune de-a lungul acesteia poate fi ignorată.

## Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

### Circuite cu parametri concentrați

- Tensiunea aplicată la poarta  $A - A'$  apare instantaneu la poarta  $B - B'$ :  
$$u_{AA'}(t) = u_{BB'}(t) \quad \forall t.$$
- Regăsim aceeași tensiune în orice poziție  $z$  de-a lungul cablului.

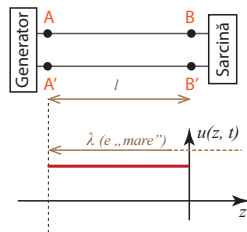




## Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

### Circuite cu parametri concentrați

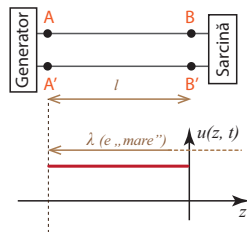
- Tensiunea aplicată la poarta  $A - A'$  apare instantaneu la poarta  $B - B'$ :  
$$u_{AA'}(t) = u_{BB'}(t) \quad \forall t.$$
- Regăsim aceeași tensiune în orice poziție  $z$  de-a lungul cablului.
- În acest caz putem defini diverși parametri *concentrați* pentru linie.
- De ex. putem spune că aceasta are o rezistență  $R$  dată de conductorii ei.



# Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

## Circuite cu parametri concentrați

- Numim aceste tipuri de circuite: **circuite cu parametri concentrați**.
- Sunt circuitele pe care le-ați studiat la Teoria Circuitelor Electrice în anul II.



# Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

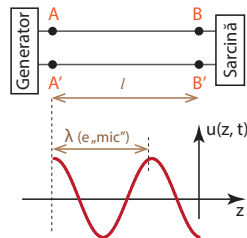
## Circuite cu parametrii distribuți

- Dar dacă tensiunea  $u_{AA'}(t)$  variază foarte repede în timp? De ex. are frecvența mare.
- O vom mai regăsi instantaneu la celălalt capăt?

# Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

## Circuite cu parametrii distribuți

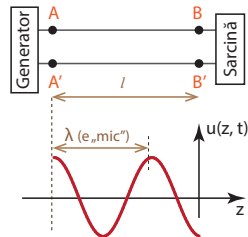
- Dar dacă tensiunea  $u_{AA'}(t)$  variază foarte repede în timp? De ex. are frecvența mare.
- O vom mai regăsi instantaneu la celălalt capăt?
- NU! În acest caz nu mai putem neglija propagarea.



# Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

## Circuite cu parametrii distribuți

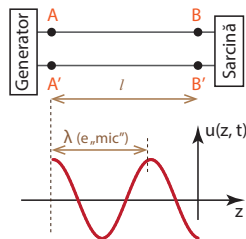
- Tensiunea aplicată la poarta  $A - A'$  apare la poarta  $B - B'$ , dar după o durată de timp ce nu poate fi neglijată.
- În plus, tensiunea  $u(z, t)$  variază de-a lungul cablului.
- Aceasta e o consecință a lungimii mici de undă (ce se datorează frecvenței mari).
- În acest caz parametrii liniei sunt *distribuți* de-a lungul acesteia.



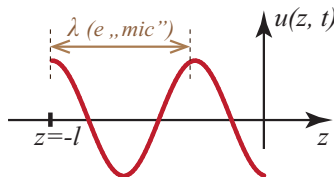
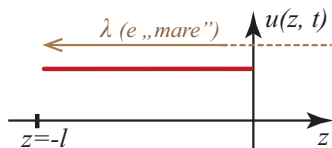
# Cum variază tensiunea de-a lungul unei linii?

## Circuite cu parametrii distribuți

- Numim aceste tipuri de circuite: **circuite cu parametrii distribuți**.
- Sunt circuitele care se studiază în Teoria Liniilor de Transmisie.
- Le veți studia și voi în prima parte a acestui curs.

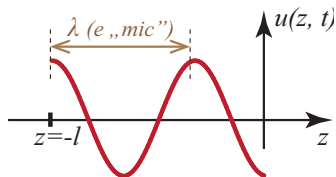
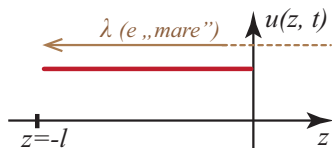


## Comparația celor două tipuri de circuite



- Dar de ce la circuitul din stânga tensiunea este o undă în timp ce la cel din dreapta nu este?
- Când apar, de fapt, undele?

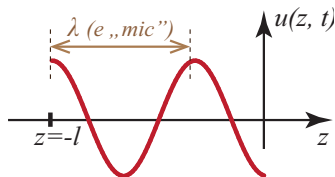
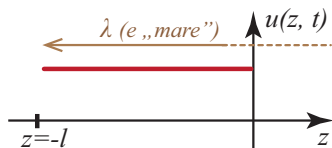
## Comparația celor două tipuri de circuite



- De fapt, în ambele cazuri se stabilesc unde de-a lungul liniei de transmisie.
- Numai că în cazul din stânga lungimea de undă  $\lambda$  este foarte mare!
- Este atât de mare încât nu sesizăm variația acesteia de-a lungul liniei.

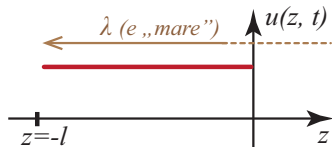


## Comparația celor două tipuri de circuite



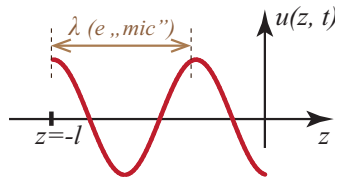
- Desenul din stânga e un caz particular al celui din dreapta pentru care  $\lambda$  este mult mai mare decât lungimea  $l$ .
- E ca și cum am făcut un „zoom” pe o porțiune a liniei din dreapta.

## Comparația celor două tipuri de circuite



### Circuite cu parametri concentrați

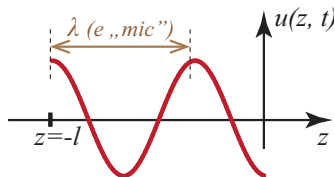
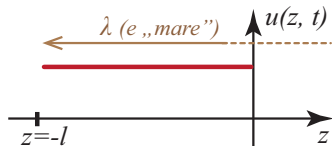
Dimensiunea circuitului fizic este mult mai mică decât lungimea de undă  $\lambda$ .



### Circuite cu parametri distribuți

Dimensiunea circuitului fizic este comparabilă sau mai mare decât lungimea de undă  $\lambda$ .

## Comparația celor două tipuri de circuite



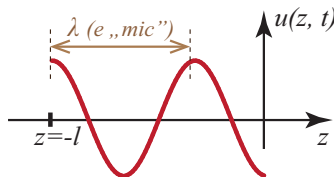
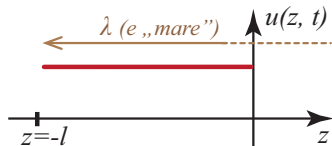
### Circuite cu parametrii concentrați

- Întotdeauna  
 $u_{AA'}(t) = u_{BB'}(t) \quad \forall t.$
- $u(z, t), i(z, t)$  nu variază cu poziția  $z$

### Circuite cu parametrii distribuți

- În general  
 $u_{AA'}(t) \neq u_{BB'}(t) \quad \forall t$
- $u(z, t), i(z, t)$  variază considerabil cu poziția  $z$

## Comparația celor două tipuri de circuite



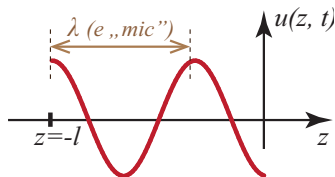
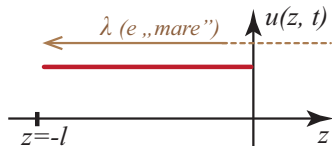
### Circuite cu parametrii concentrați

- Parametrii  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  sunt *concentrați*.
- De ex.  $R$  este rezistența totală a liniei și e dată de conductorii din componența acesteia.

### Circuite cu parametrii distribuți

- Parametrii sunt *distribuți* de-a lungul liniei.
- Putem calcula și în acest caz o rezistență totală  $R$  a liniei.

## Comparația celor două tipuri de circuite



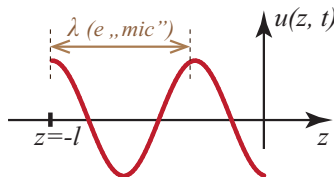
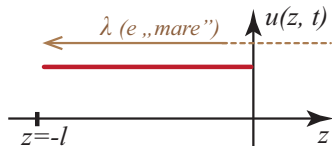
### Circuite cu parametrii concentrați

- Parametrii  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  sunt *concentrați*.
- Am putea folosi  $R$  pentru a calcula căderea de tensiune pe linie când aceasta e străbătută de un curent.

### Circuite cu parametrii distribuți

- Parametrii sunt *distribuți* de-a lungul liniei.
- Dar în acest caz,  $R$  nu ne mai este utilă în analiza liniei.

## Comparația celor două tipuri de circuite



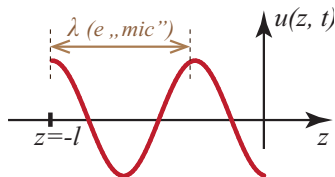
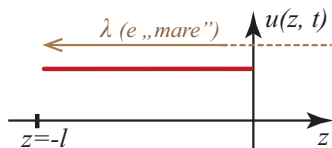
### Circuite cu parametri concentrați

- Parametrii  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  sunt *concentrați*.
- Am putea folosi  $R$  pentru a calcula căderea de tensiune pe linie când aceasta e străbătută de un curent.

### Circuite cu parametri distribuți

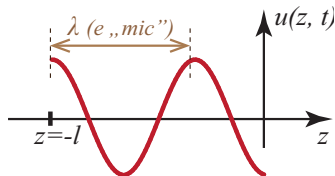
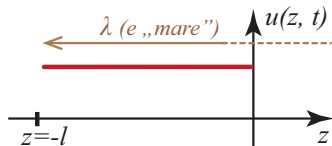
- Parametrii sunt *distribuți* de-a lungul liniei.
- Ne trebuie o „rezistență locală”  $R'$ , ce există în fiecare punct de pe linie.

## Comparația celor două tipuri de circuite



- Dar, până la urmă, care din cele două teorii sunt „corecte”?

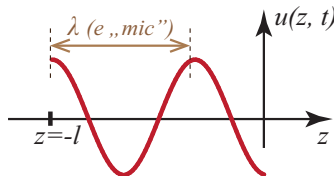
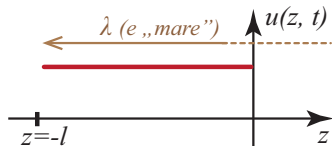
## Comparația celor două tipuri de circuite



- Dar, până la urmă, care din cele două teorii sunt „corecte”?
- Răspuns: ambele!
- Ca să ne dăm seama ce teorie aplicăm, comparăm lungimea liniei cu lungimea de undă.



## Comparația celor două tipuri de circuite



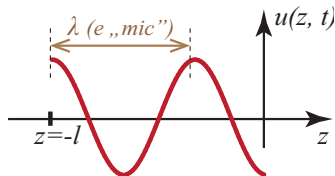
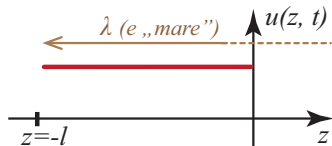
### Parametrii sunt *concentrați*

- Atunci când  $l \ll \lambda$ .
- În acest caz fenomenele asociate undelor sunt neglijabile
- și linia se numește **linie scurtă**.

### Parametrii sunt *distribuți*

- Atunci când  $l > 0,01\lambda$ .
- În acest caz fenomenele asociate undelor (de ex. reflexii) NU sunt neglijabile
- și linia se numește **linie lungă**.

## Comparația celor două tipuri de circuite



În ce caz o linie este *lungă*

Atenție la termeni! Proprietatea „lungă” se referă la lungimea liniei atunci când este *comparată* cu lungimea de undă folosind criteriul de mai sus.

De ex. o linie de 1km poate fi scurtă dacă lungimea undei ce se propagă pe aceasta este mult mai mare de 1km. O linie de 3cm poate fi lungă dacă lungimea undei ce se propagă pe aceasta este comparabilă cu 3cm.

# Cuprins

- 1 Introducere în teoria microundelor
- 2 Introducere în teoria liniilor de transmisie
- 3 Ecuțiile liniilor de transmisie
  - Ecuțiile telegrașiștilor
  - Impedanța caracteristică

## Parametrii primari ai unei LT

Orice linie de transmisie este descrisă de următorii parametrii distribuți:

- $R' \left[ \frac{\Omega}{m} \right]$  rezistența lineică a ambilor conductori,
- $L' \left[ \frac{H}{m} \right]$  inductivitatea lineică dintre cei doi conductori,
- $G' \left[ \frac{S}{m} \right]$  conductanța lineică a izolatorului dintre cei doi conductori,
- $C' \left[ \frac{F}{m} \right]$  capacitatea lineică dintre cei doi conductori.

# Parametrii primari ai unei LT

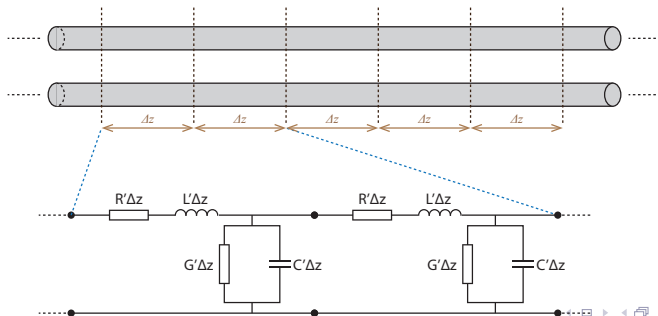
- Parametrii  $R'$ ,  $L'$ ,  $G'$ ,  $C'$  se numesc **parametrii primari** ai liniei și depind de
  - material,
  - geometria secțiunii transversale.
- Comportarea electrică a LT e *complet* descrisă de aceștia.

## Observație

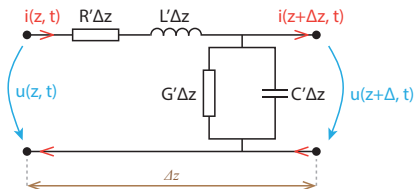
Parametrii primari sunt parametri lineici (definiți pe unitatea de lungime). Veți avea grijă să nu îi confundați cu parametrii concentrați  $R[\Omega]$ ,  $L[H]$ ,  $G[S]$ ,  $C[F]$  studiați la TCE în anul II.

## Modelarea liniilor de transmisie

- Pentru a modela LT divizăm linia în mai multe porțiuni de lungimi  $\Delta z$  mici.
- Deoarece porțiunile au lungimi mici putem considera că acestea au parametri concentrați.
- Deci, fiecare porțiune poate fi modelată cu diportul din figură.



## Ecuțiile telegrafiștilor



- Am aplicat T1K și T2K.
- Am considerat  $\Delta z \rightarrow 0$ .
- Am dedus în clasă ecuațiile (1)

$$-\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = R' i(z, t) + L' \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \quad (1a)$$

$$-\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = G' u(z, t) + C' \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \quad (1b)$$

Acestea se numesc **ecuațiile telegrafiștilor** și sunt valabile pentru fiecare poziție  $z$  de pe linie.

## Ecuatiile telegrafigștilor în complex

- Considerăm doar cazurile în care  $u$  sau  $i$  aplicate la capetele liniei sunt sinusoidale.
- Deci, undele ce se stabilesc pe linie vor fi și ele armonice.
- Deci, putem folosi reprezentarea în complex:

$$u(z, t) \Leftrightarrow \underline{U}(z) \quad \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega \underline{U}(z)$$

Ecuatiile (1) devin

$$-\frac{d\underline{U}(z)}{dz} = (R' + j\omega L')\underline{I}(z) \quad (2a)$$

$$-\frac{d\underline{I}(z)}{dz} = (G' + j\omega C')\underline{U}(z) \quad (2b)$$

Ecuatiile (2) s.n. **ecuatiile telegrafigștilor în complex.**



## Ecuatiile undelor (în complex)

- Ecuatiile (2) sunt „cuplate”. Dorim să le decuplăm.
- Deci, vrem să extragem necunoscutele  $\underline{U}(z)$ ,  $\underline{I}(z)$  din sistemul de ecuații.

Ecuatiile deduse în clasă au expresiile

$$\frac{d^2 \underline{U}(z)}{dz^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U}(z) = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{d^2 \underline{I}(z)}{dz^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{I}(z) = 0 \quad (3b)$$

unde

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

Ecuatiile (3) s.n. **ecuatiile undelor în complex.**

## Constanta complexă de propagare

Constanta  $\underline{\gamma}$  se numește **constantă (complexă) de propagare**.

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta \quad (4)$$

- $\alpha$  este constanta de atenuare [ $Np/m$ ].
- $\beta$  este constanta de fază [ $rad/m$ ].
- Radicalul din 4 se extrage a.î.  $\alpha > 0, \beta > 0$ .
- $\underline{\gamma}$  depinde *doar* de parametrii primari și de frecvență.

# Soluțiile ecuațiilor undelor

Ecuțiile undelor (3) au soluțiile

$$\underline{U}(z) = \underline{U}^+(z) + \underline{U}^-(z) = \underline{U}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{U}_0^- e^{\gamma z} \quad (5a)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{I}^+(z) + \underline{I}^-(z) = \underline{I}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{I}_0^- e^{\gamma z} \quad (5b)$$

## Interpretarea soluțiilor

- Pe LT există două unde:
  - una de tensiune (5a),
  - una de curent (5b).
- Fiecare e compusă, la rândul ei, din alte două unde ce se propagă în sensuri diferite. De ex. (5a) este compusă din
  - Unda directă  $\underline{U}^+(z) = \underline{U}_0^+ e^{-\gamma z}$ ,
  - Unda inversă  $\underline{U}^-(z) = \underline{U}_0^- e^{\gamma z}$ .

## Soluțiile ecuațiilor undelor

Ecuțiile undelor (3) au soluțiile

$$\underline{U}(z) = \underline{U}^+(z) + \underline{U}^-(z) = \underline{U}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{U}_0^- e^{\gamma z} \quad (5a)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{I}^+(z) + \underline{I}^-(z) = \underline{I}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{I}_0^- e^{\gamma z} \quad (5b)$$

### Interpretarea soluțiilor

- Constantele  $\underline{U}_0^+$ ,  $\underline{U}_0^-$ ,  $\underline{I}_0^+$ ,  $\underline{I}_0^-$  rezultă din condițiile de frontieră (depind de ceea ce conectăm la capetele liniei).
- Toate undele din (5) au aceeași  $\underline{\gamma}$  deci aceeași  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $v_f$ .

## Impedanța caracteristică

**Impedanța caracteristică** a fost obținută în clasă. Aceasta are expresia

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad [\Omega] \quad (6)$$

Ecuatiile (5) devin

$$\underline{U}(z) = \underline{U}^+(z) + \underline{U}^-(z) = \underline{U}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{U}_0^- e^{\gamma z} \quad (7a)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{I}^+(z) + \underline{I}^-(z) = \underline{I}_0^+ e^{-\gamma z} + \underline{I}_0^- e^{\gamma z} \quad (7b)$$

$$= \frac{\underline{U}_0^+}{\underline{Z}_0} e^{-\gamma z} - \frac{\underline{U}_0^-}{\underline{Z}_0} e^{\gamma z} \quad (7c)$$

Rezultă că  $\underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}^+(z)}{\underline{I}^+(z)} = -\frac{\underline{U}^-(z)}{\underline{I}^-(z)} \implies \underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}_0^+}{\underline{I}_0^+} = -\frac{\underline{U}_0^-}{\underline{I}_0^-}$

# Impedanța caracteristică - observații

## Observații

Impedanța caracteristică  $Z_0$ :

- nu depinde de poziția  $z$  și nici de lungimea liniei,
- nu este impedanța măsurată la capătul cablului,
- în general, nu este egală cu raportul  $\underline{U}(z)/\underline{I}(z)$ . Ar fi egală doar dacă nu am avea unde inverse.

Mărimile  $Z_0$  și  $\underline{\gamma}$  se numesc **parametrii secundari** ai liniei de transmisie. Aceștia descriu complet comportarea electrică a liniei.