

Electrostatică - Capacități și forțe generalizate

Problema 1. Fie o linie bifilară formată din doi conductori subțiri de raze a , situați la distanța d unul față de altul în aer. Se consideră $d \gg a$. Deoarece conductorii sunt subțiri putem presupune o distribuție lineică de sarcină ca în figură. Se cunoaște densitatea lineică de sarcină ρ_l .



Se cere:

- Capacitatea pe unitatea de lungime
- Ce forțe acționează conductorilor? În ce parte tind aceștia să se deplaseze?

Răspuns: $C_l = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d-a}{a}}$, $F_l = -\frac{\rho_l^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d-a}$. La calculul forței se ține cont de faptul că densitatea de

sarcină lineică este menținută neschimbată.

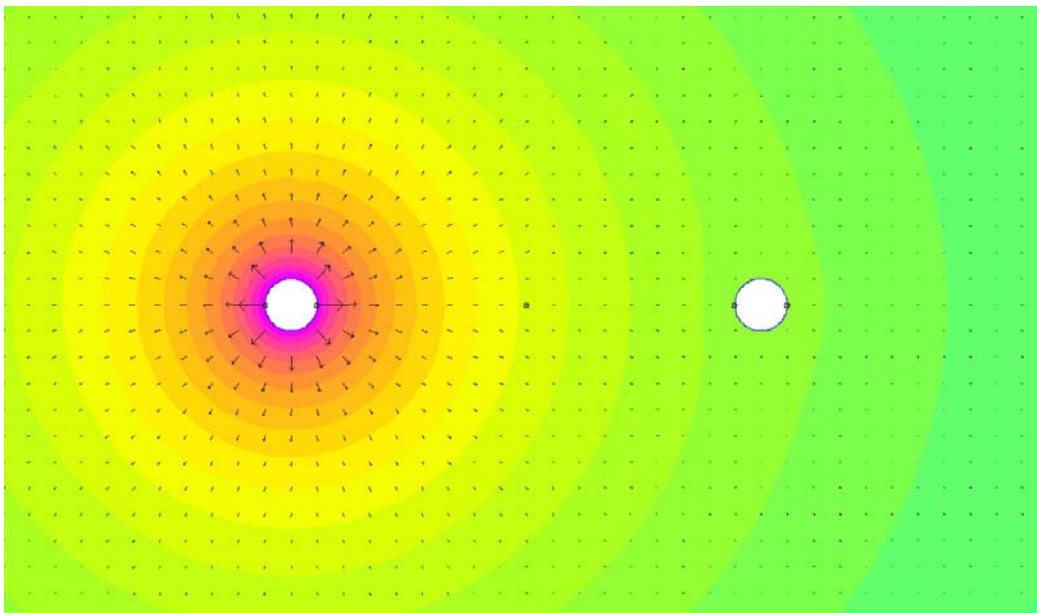
Se aplică teorema superpoziției. Potențialul electric scalar, în plan, într-un punct P dat de un fir încărcat cu ρ_l este (vezi cursul):

$$V(P) = V(P_0) + \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R}\right)$$

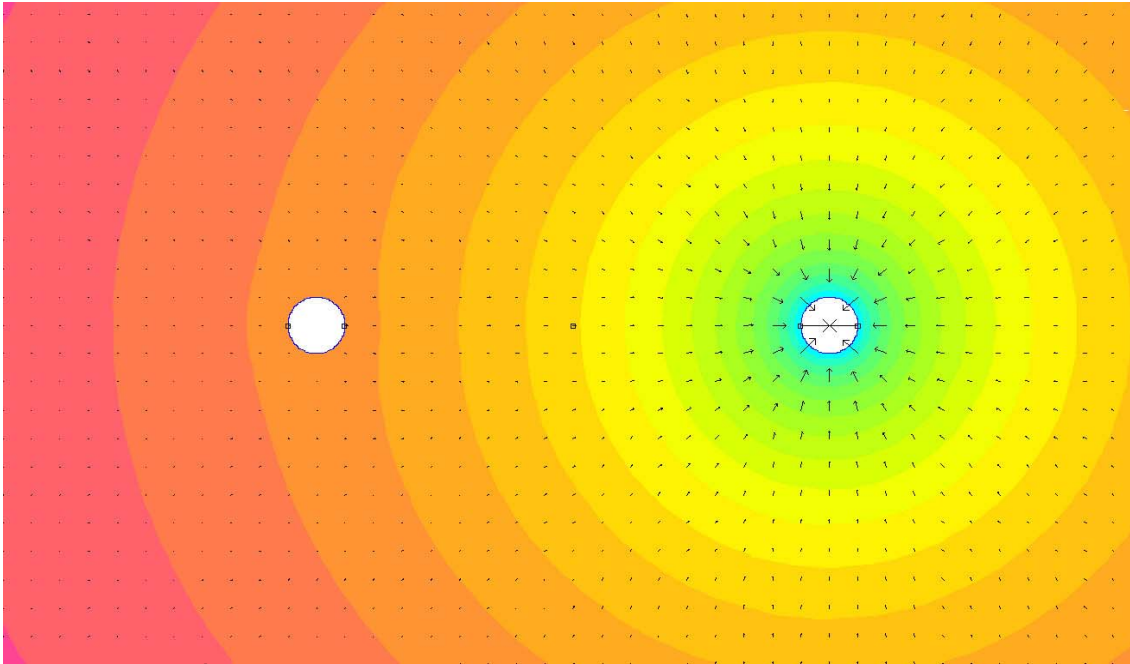
unde $V(P_0)$ este potențialul de referință, R este distanța de la fir la punctul P , iar R_0 este distanța de fir la punctul P_0 . În problema noastră avem două astfel de fire (nu chiar, dar le aproximăm).

Calculăm tensiunea, iar capacitatea lineică rezultă imediat.

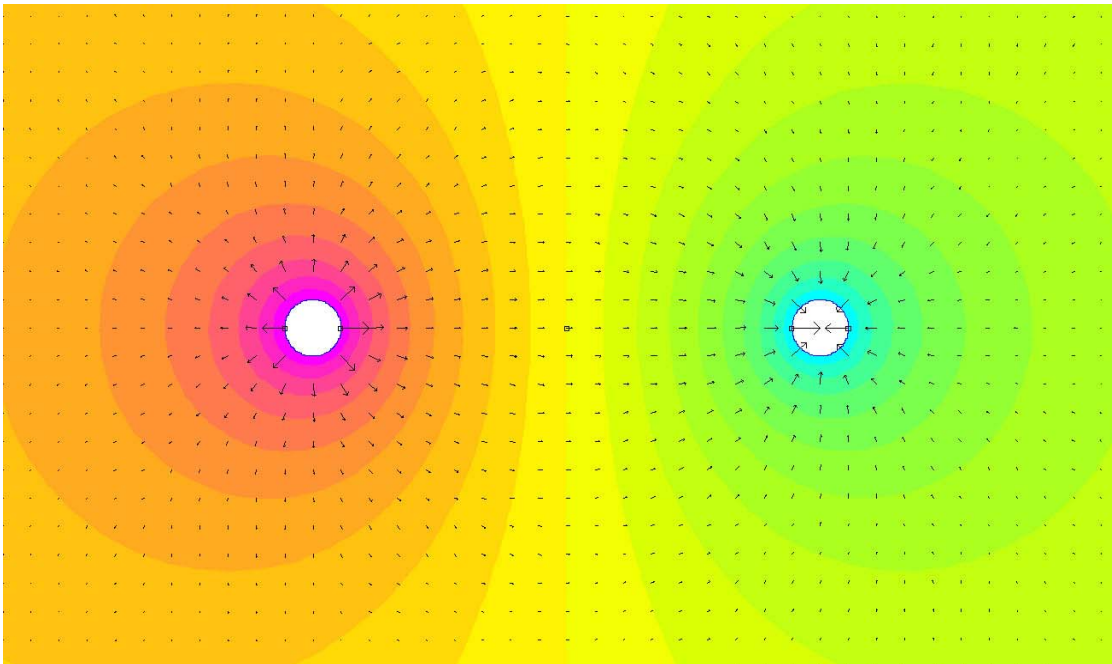
În figurile următoare se poate vedea distribuția mai multor câmpuri: culorile reprezintă potențialul electric V , săgețile reprezintă intensitatea câmpului electric \mathbf{E} . Potențialul electric de referință este ales nul și este plasat la o distanță mare față de linia bifilară.



În problemă există numai sarcina (pozitivă) de pe conductorul din stânga

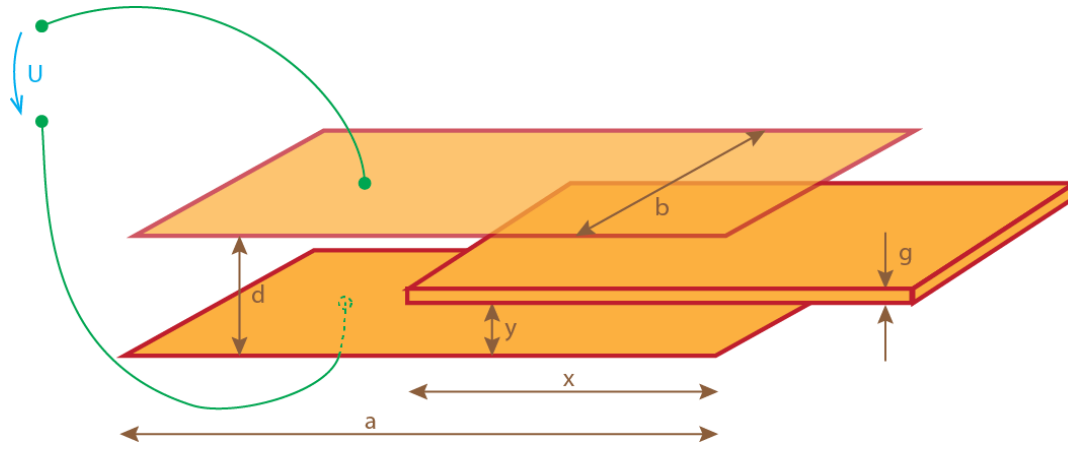


În problemă există numai sarcina (negativă) conductorul din dreapta



Efectul cumulat al celor doi conductori încărcăți cu sarcină electrică.
Rezultă din suprapunerea câmpurilor din cele două figuri anterioare.

Problema 2. Între armăturile unui condensator plan este plasată o placă dintr-un material conductor de grosime g . Placa este introdusă pe distanța x în interiorul condensatorului la distanța y de armătura inferioară. Întregul ansamblu este plasat în vid.



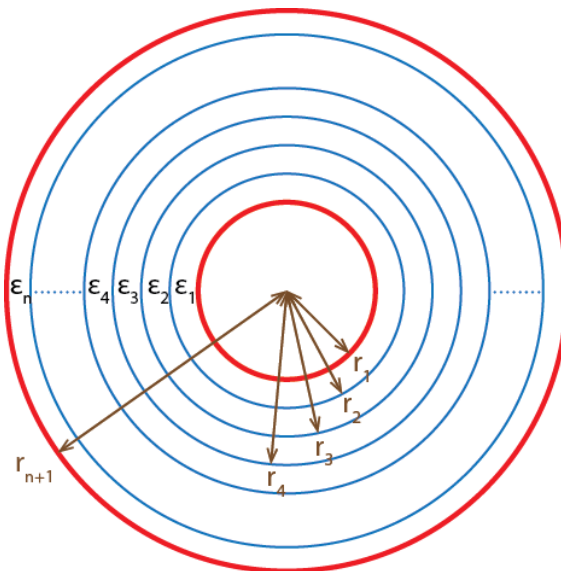
Se cunosc: $d=2\text{ cm}$, $b=4\text{ cm}$, $a=8\text{ cm}$, $g=0,5\text{ cm}$, $x=4\text{ cm}$, $y=1\text{ cm}$ și permitivitatea absolută

$\epsilon_0 \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{F}{m}$. Se cere:

- Capacitatea condensatorului
- Ce forțe acționează asupra plăcii pe orizontală și pe verticală atunci când se aplică tensiunea $U=1\text{ kV}$? În ce parte tinde să se miște aceasta?

Indiciu: Se pot considera trei condensatoare. Placa centrală este dintr-un material conductor (cum se comportă aceasta?).

Problema 3. Fie un condensator format din două armături sferice de raze r_1 și r_{n+1} . Între cele două armături se află n straturi de dielectrici de diverse grosimi și de permitivități $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k, \dots, \epsilon_n$, (unde $\epsilon_k = \epsilon_k \epsilon_0$) ca în figură. Razele r_1, r_2, \dots, r_{n+1} sunt cunoscute.



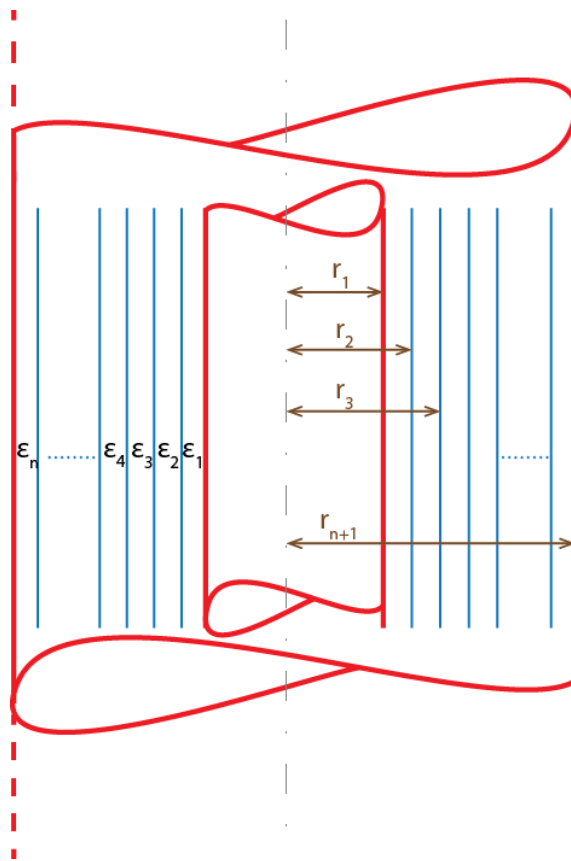
Se cere:

- Capacitatea condensatorului
- Ce forțe acționează asupra armăturii interioare atunci când se aplică tensiunea U între cele două armături?

Răspuns: $C = \frac{4\pi}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\epsilon_k} \frac{r_{k+1} - r_k}{r_k r_{k+1}}}$. Expresia intensității câmpului electric \mathbf{E} va fi ușor diferită pentru

fiecare strat k de dielectric. Inducția \mathbf{D} depinde de strat?

Problema 4. Fie un cablu coaxial, infinit lung, de raze r_1 și r_{n+1} . Între conductorul interior și mantia conductoare exterioară se află n straturi de dielectrics de diverse grosimi și de permitivități $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k, \dots, \epsilon_n$, (unde $\epsilon_k = \epsilon_{rk}\epsilon_0$) ca în figură. Razele r_1, r_2, \dots, r_{n+1} sunt cunoscute.



Se cere capacitatea pe unitatea de lungime

Răspuns: $C_l = \frac{2\pi}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\epsilon_k} \ln\left(\frac{r_{k+1}}{r_k}\right)}$. Expresia intensității câmpului electric \mathbf{E} va fi ușor diferită pentru

fiecare strat k de dielectric. Inducția \mathbf{D} depinde de strat?