

Tema curs # 3 (BE1)

Topologia circuitelor. Scrierea sistematică a teoremelor lui Kirchhoff

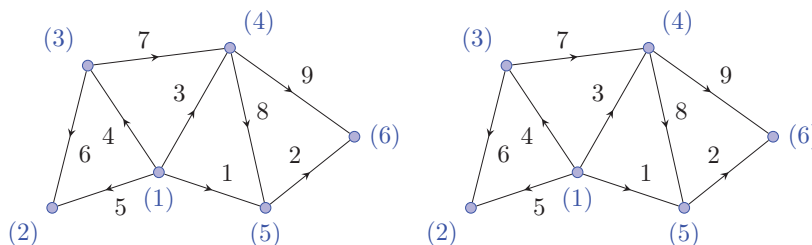
George Marian Vasilescu

15 Oct. 2016 (Rev. 15 Oct. 2018)

Exercițiul 1. Se dă un graf conex $G(N, L)$ ce are n noduri și l laturi. Răspundeți la următoarele întrebări:

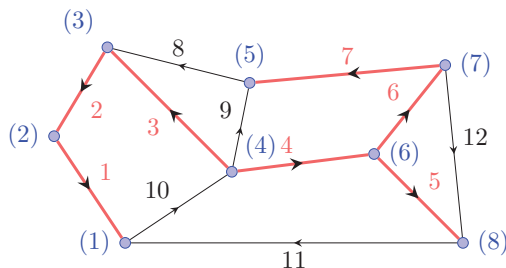
- Câte laturi are arborele și coarboarele lui G ? Cum se numesc acestea?
- Câte bucle fundamentale putem obține pe G ?
- Arborele poate fi neconex? Dar coarboarele?
- Arborele poate conține bucle? Dar coarboarele?

Exercițiul 2. Reprezentați grafic doi arbori diferiți pentru graful din figură. Pentru primul caz specificați care sunt coarboarele și buclele fundamentale. Se pot alege mai mulți arbori, în afară de cei doi, pentru graful dat?

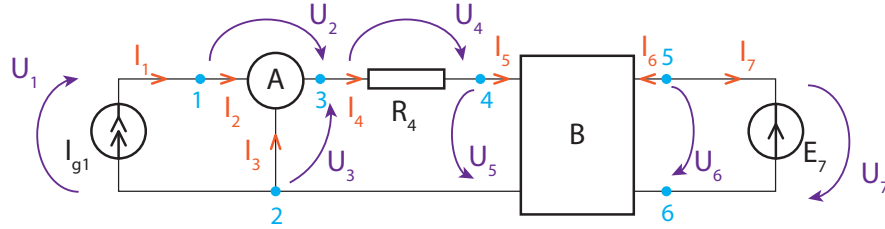


Exercițiul 3. O consecință a teoremei fundamentale a grafurilor este că orice tensiune de coardă poate fi exprimată în mod unic ca o combinație liniară de tensiunile ramurilor. Cu alte cuvinte, dacă știm toate tensiunile ramurilor, în esență cunoaștem toate tensiunile din circuit (nu mai este nevoie să „rezolvăm” circuitul pentru a le afla: nu e nevoie să cunoaștem curenții sau relațiile u-i ale elementelor de circuit).

Arătați că această ultimă afirmație este adevărată și pentru graful de mai jos pentru care se cunosc: $U_1 = 6 V$, $U_2 = -2 V$, $U_3 = 4 V$, $U_4 = -4 V$, $U_5 = 2 V$, $U_6 = 2 V$, $U_7 = 4 V$.



Exercițiul 4. Pe circuitul din figură au fost alese sensurile de referință pentru curenți și tensiuni. Se cere:



- Desenați graful. **Indiciu:** pentru toate elementele de circuit sensurile de referință pentru tensiune și curent au fost asociate cu regula de la receptoare;
- Specificați numărul de noduri din graf;
- Determinați necunoscutele circuitului, **Indiciu:** nu uitați să desenați sensurile și indicii pe laturile din graf; fiecărei laturi k îi asociem o tensiune u_k și un curent i_k .

Se cunosc: $I_{g1} = 4 \text{ A}$, $R_4 = 4 \Omega$, $E_7 = 12 \text{ V}$, $\begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = R_A \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} I_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = H_B \begin{bmatrix} U_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$, unde matricele R_A și H_B sunt:

$$R_A = \begin{bmatrix} 5 & 20 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \quad H_B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluții și indicii

Soluția 1.

Coarboarele poate conține bucle.

Soluția 3.

$U_8 = 2 \text{ V}$, $U_9 = 2 \text{ V}$, ...

Soluția 4.

Graful **neconex are 6** noduri. Pentru aflarea necunoscutelor lucrăm cu graful și aplicăm sistematic teoremele lui Kirchhoff, ținând cont de relațiile dintre tensiunile și curenții laturilor (vezi algoritmul din curs). Deoarece am adoptat regula de la receptoare pentru fiecare element în parte, vom folosi un singur graf orientat.

$I_1 = 4 \text{ A}$, $I_2 = 4 \text{ A}$, $I_3 = -2 \text{ A}$, $I_4 = 2 \text{ A}$, $I_5 = 2 \text{ A}$, $I_6 = 6 \text{ A}$, $U_1 = 8 \text{ V}$, $U_2 = -20 \text{ V}$, $U_3 = -12 \text{ V}$, $U_5 = 4 \text{ V}$, $U_6 = 12 \text{ V}$.