

THE POYNTING VECTOR AND OPTIMAL DESIGN OF SYNCHRONOUS MACHINES

Marin MIHALACHE

*Polytechnic University of Bucharest, Electrical Engineering Department
email: mamihro@yahoo.com*

Abstract: *Usually, the design of rotating (asynchronous, synchronous) electrical machines is made starting from the well-known machine constant or utilization factor (Arnold, Esson); then, by appropriate (empiric) choice of the geometrical factor (λ) and electromagnetic stress (J, A, B), one determines the main sizes (D, L), and machine performances (costs, characteristics, etc.) generally an iterative and onerous procedure, until the imposed data are obtained.*

An alternative point of view, characterized by the Poynting Vector relation was proposed by author in relatively recent papers, consequently, a new mathematical model and algorithms [4], has been elaborated, for asynchronous machine [1], and now for synchronous machines.

The Poynting algorithm is an analytical and unitary method for one-variable optimal design of electrical machines with copper losses (p_{Jm} , in p.u.) and thermal flux (Q_{IT} , in W/m^2) imposed data, respectively a $C(k_f)$ problem, [4], where k_f is a variable, geometrical factor of the machine.

For synchronous machines with electromagnetic excitation, the specific imposed data are the thermal flux in rotor (Q_{eT}) and i_{en} (in p.u.) – the rated excitation current a fundamental concept in the optimal analysis [3] and synthesis of this machine

1. INTRODUCERE

O caracteristică esențială a metodelor tradiționale de proiectare a mașinilor electrice rotative (mașini asincrone, mașini sincrone, etc.) este folosirea, cu consecvență, de aproape un secol, a relației factorului de utilizare (Arnold, Esson), o relație între putere (cuplu) și volumul interior al armaturii statorice ($D^2 L$), [6], [7], [8], [9].

Adoptând apoi valori “recomandate” pentru factorul de geometrie (λ), solicitări electromagnetice (A, J, B), etc., se dimensionează sistemul electromagnetic (miez, înfășurări) după care se determină principalele performanțe tehnice (parametri, caracteristici) și economice (randament, costuri) ale mașinii, cu efectuarea a numeroase iterații până la obținerea performanțelor dorite, procedura fiind oneroasă chiar și în prezența mijloacelor moderne de calcul.

O abordare alternativă a acestei problematice este inițiată de autor, prin utilizarea sistematică a vectorului Poynting (S_p , VA/m^2) în definirea unitară a dimensiunilor principale ale convertoarelor electromagnetice [5] și apoi prin elaborarea unui nou model matematic (ecuația generală a factorului de geometrie k_f , factorul F), și a unor noi algoritmi de calcul pentru sinteza (proiectarea) optimă a mașinilor electrice. [4]

O prezentare detaliată a acestor aspecte face obiectul a două lucrări recente, privind probleme de analiză și sinteză optimă a transformatoarelor electrice [2], respectiv a mașinii asincrone [1], urmând ca în continuare să se abordeze, succinct, o problemă similară pentru mașina sincronă.

2. ALGORITMUL POYNTING

Este un algoritm de cautare unidimensională ($k_{f1}=1,25\dots3$) a geometriei (soluției) optime, având ca date de intrare specifice marimile p_{J1n} (u.r.) și Q_{1T} (W/m^2), ce definesc vectorul Poynting [1]:

$$S_P(k_{f1}) = S_{P0} \cdot k_{f1} \quad , \quad S_{P0} = \frac{Q_{1T}}{p_{J1n} \cdot k_S} \quad , \quad k_S = k_e \cdot k_{w1}$$

(1)

Pentru mașinile sincrone în construcție normală, cu înfășurarea de excitație pe rotor, se parcurg mai întâi secvențele de calcul a marimilor statorice, în aceeași succesiune ca și la mașina asincronă, [1], și apoi cele corespunzătoare rotorului (cu poli înecați sau cu poli aparenti), specifice mașinii sincrone.

3. SECVENTE DE CALCUL A MARIMILOR STATORULUI

În funcție de variabila geometrică, independentă, $k_{f1}=1,25\dots3$, se calculează cu relațiile din [1] următoarele marimi (funcțiuni):

- dimensiunile principale D, L

- sollicitările electromagnetice A_1, J_1 , (cu B_δ impus)

- dimensiunile transversale ale statorului, h_{C1}, h_{J1}, D_e (diametrul exterior)

Se determină apoi consumurile specifice de materiale active (cupru, fier) în stator

- consumul specific de cupru :

$$c_{Cu1} = \frac{p_{J1n} \cdot d_{Cu1}}{\rho_1 \cdot J_1^2} = k_{Cu1} \cdot \frac{k_{f1}^3}{k_{f1} - 1} \quad (\text{kg/VA})$$

(2)

cu un **minim** pentru $k_{f1}=3/2$

- consumul specific de fier în dinții statorului :

$$c_{FZ1} = k_{FZ1} \cdot \frac{c_{Cu1}}{k_{f1}} = k_{FZ1} \cdot \frac{k_{f1}^2}{k_{f1} - 1} \quad (\text{kg/VA})$$

(3)

cu un **minim** pentru $k_{f1}=2$

- consumul specific de fier în jugul statorului:

$$c_{FJ1} = k_{FJ1} \cdot \frac{1}{\sqrt{c_{Cu1}}} = k_{FJ1} \cdot \sqrt{\frac{k_{f1} - 1}{k_{f1}^3}} \quad (\text{kg/VA})$$

(4)

cu un **maxim** pentru $k_{f1}=3/2$

Se evaluează apoi pierderile (principale) de putere active în stator:

- pierderile în cupru $p_{J1} = p_{J1n} = \text{const}$

- pierderile în fier: $p_{Fe1} = c_{FZ1} \cdot p_{sZ1} (W/kg) + c_{FJ1} \cdot p_{sJ1} (W/kg)$, (u.r.)

(5)

4. SECVENTE DE CALCUL A MARIMILOR ROTORICE

Pentru calculul marimilor (functiilor) rotorice, se vor considera ca principale date de intrare fluxul termic rotorice (Q_{eT} , W/m^2) si curentul nominal de excitatie (i_{en}) exprimat in unitati relative [5], o marime fundamentala a masinii sincrone, insuficient evidentiata si utilizata in analiza clasica a acestei masini. Astfel, pentru masina sincrona cu tensiune la borne constanta ($u_1=1u.r.$) si rotor cu poli inecati, curentul nominal de excitatie este numeric egal cu cuplul maxim ($m_{MU} = i_{en} \approx 2$ u.r.), iar din diagrama curentilor se obtin relatii importante pentru curentul de magnetizare (i_μ) respectiv reactanta de magnetizare si reactanta sincrona ($X_\mu \cong X_S$), si factorul de saturatie (K_μ) a caracteristicii universale de mers in gol, [3].

In continuare se vor calcula urmatoarele marimi;

-pierderile Joule in infasurarea de excitatie

$$p_{Jen} = \frac{P_{Jen}}{S_n} = \frac{Q_{eT}}{k_S \cdot S_P} \cdot k_{fe} = k_{PJe} \cdot \frac{k_{fe}}{k_{f1}} \quad \text{unde} \quad k_{fe} = 1 + \frac{L_{fe}}{L} = 1 + \frac{\alpha_{fe}}{\alpha_{f1}} \cdot (k_{f1} - 1) \quad (6)$$

relatii similare celor din stator, cu $\alpha_{fe} \cong \pi/3$ (poli inecati) si $\alpha_{fe} \cong \pi/4$ (poli aparenti)

-solicitarile electromagnetice ale infasurarii de excitatie

$$A_{en} = k_{Ae} \cdot i_{en} \cdot A_1(k_{f1}), \quad J_{en} = \frac{Q_{eT}}{\rho_e \cdot A_{en}} \quad (7)$$

-dimensiunile transversale ale rotorului

$$h_{C2} = \frac{A_{en}}{\gamma_e \cdot J_{en} \cdot k_{u2} \cdot (1 - k_{z2})} = k_{hC2} \cdot \frac{k_{f1}^3}{k_{f1} - 1}, \text{ cu un } \mathbf{minim} \text{ pentru } k_{f1} = 3/2 \quad (8)$$

$$h_{j2} = k'_{j2} (B_{j2}) \cdot D = k_{j2} \cdot \sqrt{\frac{k_{f1} - 1}{k_{f1}}} \quad (9)$$

$$D_i = D - 2 \cdot (h_{C2} + h_{j2} + \delta_0) \geq d_0 \quad (10)$$

unde d_0 este diametrul axului, iar δ_0 intrefierul de calcul ce poate fi relationat direct cu vectorul Poynting (S_P), [1]:

$$\delta_0 = i_{\mu 0} (i_{en}) \cdot w_{m\delta} \cdot S_P(k_{f1}) \quad \text{unde} \quad w_{m\delta} = \omega_1 \cdot \frac{B_\delta^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (J/m^3) \quad (11)$$

-consumul specific de materiale active in rotor

$$c_{Cue} = \frac{P_{Je} \cdot d_{Cue}}{\rho_e \cdot J_{en}^2} \quad (kg/VA) \quad , \text{ cu un } \mathbf{minim} \text{ pentru } k_{f1} = 3/2 \quad (14)$$

$$c_{Fe2} = k_{F2} \cdot c_{FJ1} \quad (kg/VA) \quad , \text{ cu un } \mathbf{maxim} \text{ pentru } k_{f1} = 3/2 \quad (15)$$

5. FACTORUL DE GEOMETRIE OPTIM (k_{f1opt})

Pentru determinarea solutiei (geometriei) optime se au in vedere criteriile economice utilizate pe larg in lucrarile [1],[2], respectiv minimul costului specific al materialelor active (k_M), al pierderilor (k_E), sau al costului specific total (k_T)

O solutie optima de referinta se poate considera solutia $k_{f0} = 3/2$, pentru care $F = F_{max} = 4/27$ si $EP = \min$, conform rezultatului obtinut intr-o lucrare adiacenta.

Rezulta pentru dimensiunile principale, optime, D_0 si L_0 urmatoarele expresii de calcul:

$$D_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot p \cdot S_e}{3 \cdot \alpha_{f1} \cdot \pi^2 \cdot S_{P0}}} \quad (m) \quad \text{si} \quad L_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_{F1} \cdot S_e}{3 \cdot p \cdot S_{P0}}} \quad (m) \quad (16)$$

ATEE - 2004

Solicitarile electromagnetice optime, densitatea de curent in infasurarea statorului (J_{10}) si patura de curent in stator (A_{10}) se determina avand in vedere relatia fundamentala a pierderilor Joule:

$$p_{J1}(u.r.) = \frac{E_J}{E_S} \cdot \frac{k_{f0}}{k_S}, \text{ unde } E_J = \rho \cdot J_{10} \text{ (V/m) si } \sqrt{2} \cdot E_S = v_1 \cdot B_\delta \text{ (V/m), cu } v_1 = \Omega_1 \cdot D_0 / 2, \text{ (17)}$$

si respectiv relatia fluxului termic ($Q_{1T} = \rho_1 \cdot J_{10} \cdot A_{10}$, W/m²), marimi impuse incadrul algoritmului Poynting.

6. DIMENSIONAREA INFASURARILOR STATORULUI SI ROTORULUI

Pentru valoarea optima a factorului de geometrie (k_{f1opt}), corespund marimile statorice si rotorice optime din secventele de mai sus (dimensiuni principale, solicitari electromagnetice, dimensiuni transversale, etc.) urmatoarea etapa fiind detalierea subansamblului stator si rotor si in special a infasurarilor:

-dimensionarea infasurarii statorului, respective a numarului de spire (w_1) si a sectiunii acestora (S_{w1}):

$$w_1 = \pi \cdot D \cdot A_1 / 6 \cdot w_1 \cdot I_{1n} \text{ (spire) , } S_{w1} = I_{1n} / J_{1n} \text{ (m}^2\text{)} \quad (17)$$

-dimensionarea infasurarii rotorului (infasurarea de excitatie)

* puterea de excitatie nominala $P_{en} = p_{Je}(u.r.) \cdot S_n \text{ (W)}$

* curentul de excitatie nominal $I_{en} = \frac{P_{en}}{U_{en}} \text{ (A)}$ (18)

* numarul de spire pe pol ($w_e = \frac{\pi \cdot D \cdot A_{en}}{2 \cdot 2p}$) si sectiunea acestora ($S_{we} = I_{en} / J_{en}$)

7. CONCLUZII

Algoritmul Poynting reprezinta o metoda, analitica, unitara, de proiectare optimala a masinilor electrice (transformatoare, masini asincrone, masini sincrone) caracterizata prin utilizarea, cu prioritate, a criteriilor economice (costuri specifice de fabricatie, de exploatare) si monitorizarea unui mare numar de parametri tehnici si constructivi (factori de umplere, factori de crestare, etc.).

In ceea ce priveste masina sincrona, utilizarea algoritmului Poynting implica asumarea unor date specifice precum fluxul termic in zona activa a infasurarii de excitatie Q_{1T} (W/m²) si curentul nominal de excitatie (i_{en}) exprimat in unitati relative, concept fundamental in analiza [3] si sinteza masinii.

8. BIBLIOGRAFIE

1. M. Mihalache, Masina Asincrona-probleme de analiza si sinteza optimala, Printech, 2002
2. M. Mihalache, Transformatoare Electrice-probleme de analiza si sinteza optimala, Printech, 2001
3. M. Mihalache, The Universal Characteristics of Isotropic Synchronous Machines, ATEE'2002
4. M. Mihalache, Algorithms for Electrical Machines Design, ATEE'2000
5. M. Mihalache, Masini Electrice, vol 1,2, U.P.B., 1994-1996
6. B.J. Calmers, A.C. Machines. Electromagnetics and Design, John Wiley, 1991
7. C.V. Bala, Proiectarea Masinilor Electrice E.D.P., 1967
8. I.M. Postnikov, Proiectirovanie Electriceskikh Masin, 1960
9. E. Arnold, L. la Cour, Die asynchronen Wechselstrommaschinen, Berlin, 1909