

Oana Drosu

Adelina Bordianu

Steliana Pușcașu

*Aplicații ale metodei elementelor finite în probleme de câmp
electromagnetic
- Îndrumar de laborator și breviar teoretic -*

2015

CUPRINS

1. Noțiuni introductive despre metoda elementelor finite	4
1.1. Generalități	4
1.2. Concepte în formularea metodei elementelor finite	5
2. Generalități privind problemele de câmp electromagnetic	9
2.1. Regimurile câmpului electromagnetic	9
2.2. Definiția potențialelor electromagnetice	10
2.3. Aplicarea metodei elementelor finite în rezolvarea problemelor de câmp electromagnetic	11
3. Introducere în Quickfield	16
4. Laboratoare	20
4.1. Problemă rezolvată de electrostatică	20
4.2. Laborator 1 – Sarcina punctuală	26
4.3. Laborator 2 – Două sarcini punctuale	29
4.4. Laborator 3 – Linia microstrip	33
4.5. Laborator 4 – Condensatorul plan	37
4.6. Laborator 5 – Condensatorul plan cu straturi orizontale de dielectric	40
4.7. Laborator 6 – Condensatorul plan cu straturi verticale de dielectric	44
4.8. Laborator 7 – Condensatorul cilindric	48
4.9. Problemă rezolvată de magnetostatică	52
4.10. Laborator 8 – Circuit magnetic simplu	58
4.11. Laborator 9 – Circuit magnetic cu întrefier	61
4.12. Laborator 10 – Circuit magnetic cu 2 bobine	64
5. Probleme propuse	68
5.1. Probleme propuse de electrostatică	68
5.1.1. Fir încărcat cu sarcină electrică	68
5.1.2. Simularea interacțiunii dintre două conductoare încărcate cu sarcină electrică, amplasate simetric în interiorul unui izolator	69
5.1.3. Simularea interacției dintre două conductoare încărcate, tip “furcă”, intercalate cu cinci blocuri izolatoare egale	70
5.1.4. Pacman	71
5.1.5. Pereche de conductoare cilindrice concentrice	72
5.2. Probleme propuse de magnetostatică	73
5.2.1. Circuit magnetic cu patru coloane și două bobine	73
5.2.2. Circuit magnetic cu 3 întrefieruri și coloană centrală mobilă	74
5.2.3. Circuit magnetic de tip C cu două bobine și două întrefieruri	75
6. Bibliografie	76

1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE DESPRE METODA ELEMENTELOR FINITE

1.1 Generalități

Problema analizei numerice a diverselor probleme ingineresti nu este una nouă, ea fiind utilizată de-a lungul secolelor pentru a determina diferite mărimi cum ar fi: aproximarea circumferinței unui cerc prin însumarea laturilor unui poligon înscris (sau circumscris), calcularea centrelor de greutate ale diverselor suprafețe plane etc.

Apariția și dezvoltarea calculatoarelor a avut un foarte mare impact asupra dezvoltării metodelor numerice pentru analiza comportării structurilor complexe, dar și pentru analiza diverselor fenomene fizice (transfer de câmp de căldură, curgeri de fluide, câmpuri electromagnetice, etc.).

O clasificare a metodelor de modelare numerică se poate face din punct de vedere matematic pe trei direcții principale: *metoda diferențelor finite*, *metoda elementelor finite* și *metoda elementelor de frontieră*.

Metoda diferențelor finite este una dintre cele mai vechi metode numerice, dar este cunoscută ca având un randament limitat. În cadrul acestei metode, punctul de plecare este modelul, descris diferențial, al fenomenului analizat, transformat în unul numeric prin utilizarea aproximării locale a variabilelor de câmp. Astfel, sistemul de ecuații diferențiale valabil pentru orice punct al domeniului de analizat se transformă într-un sistem de ecuații algebrice liniar, valabil numai pentru anumite puncte ale domeniului. Punctele se obțin cu ajutorul a două sau trei familii de drepte paralele cu axele sistemului de referință.

Această metodă este limitată la calculul structurilor și fenomenelor simple.

Metoda elementelor finite are la bază metoda matriceală a deplasărilor din analiza structurală. Această metodă a câștigat teren odată cu apariția calculatoarelor (anul 1950). Prin metoda elementelor finite se încearcă găsirea unei soluții aproximative la o problemă, se admite că domeniul este divizat în subdomenii sau elemente finite având forme geometrice simple, iar funcția necunoscută a variabilei de stare este definită aproximativ pe fiecare element. Soluția completă este obținută prin combinarea formei gradelor de libertate în așa fel încât la joncțiunea dintre elemente (în noduri) să fie satisfăcute ecuațiile de echilibru și compatibilitatea. Spre deosebire de metoda diferențelor finite, metoda elementelor finite se bazează pe aproximarea locală (pe subdomenii) a variabilelor de câmp ale gradelor de libertate. În cadrul acestei metode, ecuațiile care descriu problema având un număr infinit de grade de libertate, sunt transformate într-un sistem de ecuații cu număr finit de grade de libertate. Astfel, metoda elementelor finite este o cale foarte convenabilă de a obține soluții aproximative pentru aproape orice problemă inginerească, devenind astfel un instrument comod și necesar în calculele de proiectare și cercetare, eliberând utilizatorul de dificultățile legate de geometrii neregulate, neomogenități de material, condiții de contur și inițiale complexe. Totodată, această metodă permite integrarea prin calcul numeric a ecuațiilor și sistemelor de ecuații diferențiale pe un domeniu, ținând cont de condițiile la limită sau de contur ale unei configurații date care descrie diferite probleme și fenomene fizice.

Metoda elementelor de frontieră, în contrast cu metoda elementelor finite, realizează discretizarea structurii numai pe conturul domeniului analizat (elemente unidimensionale pentru probleme plane și bidimensionale pentru probleme spațiale) cu adoptarea unei variații a necunoscutelor în interiorul elementului. Această metodă poate fi aplicată numai dacă soluția

fundamentală a ecuațiilor diferențiale este cunoscută. Practic, există însă multe probleme care pot fi rezolvate cu metoda elementelor finite și nu pot fi analizate cu metoda elementelor de frontieră. Ca urmare, atunci când soluția ecuațiilor este găsită analitic, metodele numerice reprezintă un mijloc alternativ de a găsi o soluție și a o verifica pe cea determinată analitic.

Aceste ultime două metode s-au impus datorită formulărilor simple, a caracterului de generalitate și capacității de a se adapta cu modificări minime la analizarea diverselor probleme complexe.

1.2. Concepte în formularea metodei elementelor finite

Metoda elementelor finite este o metodă numerică utilizată la rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale care modelează sisteme fizice cu un număr infinit de grade de libertate. În urma aplicării metodei elementelor finite, aceste ecuații cu derivate parțiale sunt reduse la sisteme de ecuații algebrice, adică la un sistem discret cu un număr finit de grade de libertate.

Metoda elementelor finite este o generalizare a metodelor variaționale clasice (Rayleigh-Ritz) și a reziduului ponderat (Galerkin), celor mai mici pătrate, cologației etc [1]. Ideea fundamentală a metodei elementelor finite constă în faptul că domeniul dat al problemei este reprezentat ca un ansamblu de subregiuni numite elemente finite. Aceste elemente sunt conectate între ele prin puncte, cunoscute sub numele de noduri. Pe domeniul elementului finit este posibil să se genereze sistematic funcții de aproximare necesare în soluționarea ecuațiilor diferențiale care descriu comportarea prin oricare din metodele variațională sau a reziduului ponderat.

Metoda elementelor finite are aplicabilitate în diverse domenii ale ingineriei (și nu numai), unde există fenomene fizice descrise de ecuații cu derivate parțiale. Printre principalele domenii în care se poate utiliza această metodă sunt: analiza structurală, analiza fluidelor, analiza magnetică și analiza electrică. Există trei moduri de formulare a metodei elementelor finite: **formularea directă**, **formularea variațională** și **formularea reziduală**.

Formularea directă se bazează pe calculul matriceal al structurilor cu ajutorul metodei deplasărilor.

Formularea variațională are la bază minimizarea energiei potențiale, a solidului deformabil, în baza unui criteriu de staționare a energiei potențiale. Metodele variaționale utilizate în mecanica solidului deformabil folosesc principiul lucrului mecanic virtual sau teoreme energetice cum ar fi: teorema energiei potențiale minime (formularea în deplasări), formularea energiei complementare minime (formularea în tensiuni), teorema Hellinger-Reissner (formularea mixtă în tensiuni și deformații) și teorema lui Hamilton pentru probleme dinamice.

Formularea reziduală se poate utiliza în cazul în care nu se dispune de o formulare funcțională, acesta fiind o formulare mai generală decât formularea variațională. Pentru formularea reziduală a metodei elementelor finite, se pot utiliza: metoda celor mai mici pătrate, metoda Galerkin, metoda cologației etc.

Problemele care se pot rezolva cu ajutorul metodei elementelor finite, se pot clasifica în trei categorii [2]:

- a) probleme de echilibru, caz în care funcțiile necunoscute nu depind de timp;
- b) probleme de valori proprii, în care parametrii sunt independenți de timp, determinându-se anumite valori critice ale acestor parametri;
- c) probleme de propagare, sau probleme în care funcțiile necunoscute sunt dependente de timp.

Datorită posibilităților de calcul pe care le oferă, metoda elementelor finite este una dintre cele mai utilizate metode în pachetele comerciale de proiectare asistată. Principalele tipuri de programe utilizate în proiectarea asistată, se pot împărți în trei categorii:

- a) programe utilizate pentru modelarea geometrică a structurilor (CAD – Computer Aided Designed);
- b) programe de calcul a structurilor, care au la bază metoda elementelor finite (CAE – Computer Aided Engineering);
- c) programe utilizate la proiectarea tehnologică (CAM – Computer Aided Manufacturing).

Printre cele mai importante programe de analiză cu elemente finite, se numără: Ansys, FEMM, QUICKFIELD, COMSOL, FLUX etc.

Tendențele moderne în dezvoltarea metodei elementelor finite, sunt:

- dezvoltarea unor metode noi de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare mari cu matricea coeficienților – matrice rară și simetrică;
- îmbunătățirea și dezvoltarea algoritmilor de condensare statică și dinamică;
- elaborarea de noi tehnici de discretizare automată, care să permită o discretizare mai fină a zonelor cu gradient mare de deformație și să evite deformarea (distorsionarea) elementelor finite pe parcursul discretizării;
- utilizarea substructurării în cazul unor structuri mari cu grad ridicat de repetitivitate, prin translație sau rotație;
- implementarea în programele comerciale a unor algoritmi de optimizare;
- implementarea unor legi constitutive de material care să permită modelarea materialelor compozite;
- dezvoltarea elementelor finite pentru analiza multi-câmp.

Așa cum s-a precizat și mai înainte, se poate spune că metoda elementelor finite se bazează pe conceptul construirii obiectelor complicate din obiecte simple, sau divizarea obiectelor complicate în obiecte mai simple pentru care se pot aplica scheme de calcul cunoscute.

În foarte multe situații aparatul matematic existent nu este suficient pentru găsirea unei soluții exacte și uneori chiar a unei soluții aproximative, pentru majoritatea problemelor practice. Ideea de bază a metodei elementelor finite este aceea de a găsi soluția unei probleme complicate înlocuind-o prin una mai simplă. În rezolvarea problemelor complexe pentru care soluțiile analitice sunt dificile datorită aparatului matematic existent, sunt cunoscute două direcții de rezolvare aproximativă:

A. utilizarea unor metode aproximative de rezolvare a ecuațiilor diferențiale pentru un model de calcul exact. Acest lucru se poate realiza astfel:

- se neglijează termenii de importanță secundară care permit în continuare rezolvarea exactă;
- se aplică metodele numerice în rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale (metoda diferențelor finite este foarte eficientă în obținerea rapidă a unor soluții acceptabile).

B. utilizarea unor metode exacte de rezolvare aplicate unor modele de calcul aproximative. Modelele aproximative de calcul se pot obține prin acceptarea unor ipoteze simplificatoare privind cea mai defavorabilă configurație a deplasărilor care respectă condițiile pe contur.

Ideea de bază a acestei metode este că în cazul în care structura studiată se împarte în mai multe părți numite elemente finite, pentru fiecare dintre acestea putându-se aplica teoriile de calcul corespunzătoare schematizării adoptate. Împărțirea structurii în părți de dimensiuni mai mici, operație care poartă numele de *discretizare*, va avea drept efect obținerea unor forme simple pentru elementele finite ce compun structura studiată. Modelul de calcul utilizat în analiza cu elemente finite este un model aproximativ obținut prin asamblarea elementelor finite componente, ținându-se cont de geometria structurii. Conectarea elementelor finite se realizează numai în anumite puncte numite *puncte nodale* sau *noduri*. Nodurile [3] reprezintă punctele de intersecție ale liniilor de contur rectilinii sau curbe ale elementelor finite – fig. 1.1.

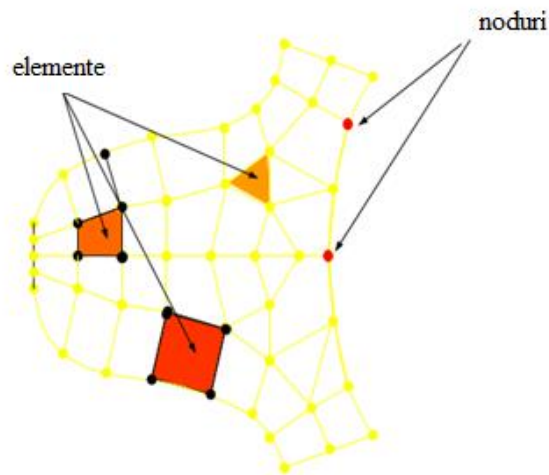


Fig. 1.1. Nodurile unei rețele de discretizare

Elementele finite pot fi uni, bi sau tridimensionale în funcție de geometria structurii pe care o modelează (fig 1.2).

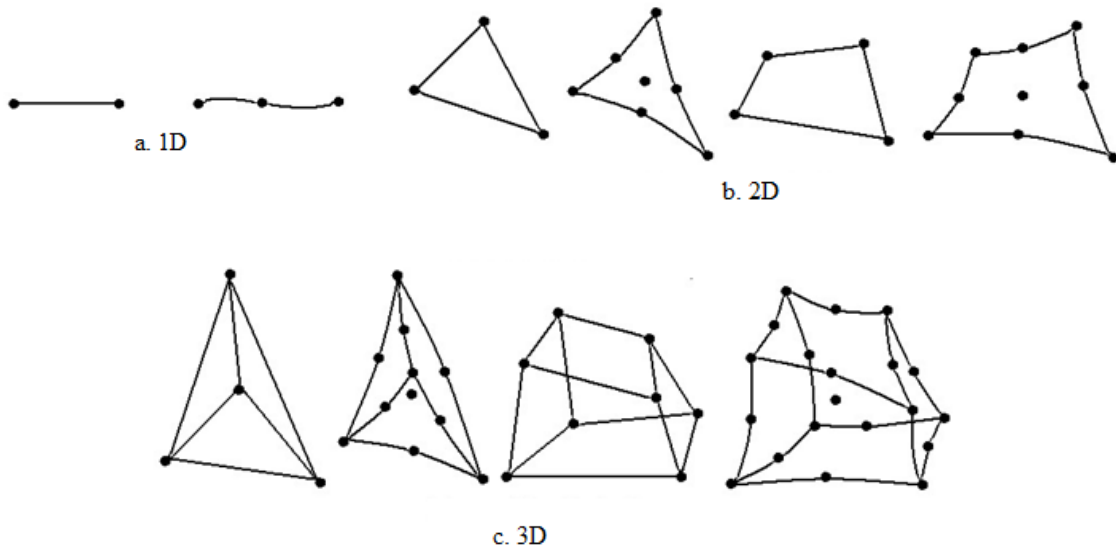


Fig. 1.2. Tipuri de elemente finite : a. unidimensionale (1D), b. bidimensionale (2D), c. tridimensionale (3D) [4]

Caracterul aproximativ al metodei elementelor finite rezultă ca urmare a faptului că geometria reală a structurii este întotdeauna înlocuită cu o rețea de elemente finite care urmărește forma reală a structurii, dar nu o poate reda cu exactitate decât numai prin anumite geometrii particulare, datorită numărului finit de elemente, iar mărimile necunoscute ale problemei sunt calculate numai în nodurile rețelei de elemente finite ce discretizează structura. Pentru a putea modela o structura reală folosind elementele finite trebuie considerată:

- variația geometriei, prezența mai multor materiale în alcătuirea structurii și existența unor încărcări distribuite discontinuu sau concentrate;
- prezența golurilor și / sau incluziunilor de material;
- existența unor linii sau suprafețe curbe care necesită utilizarea unor elemente finite care să urmărească fidel conturul suprafeței: fie un număr mare de elemente cu contururi drepte (laturi sau fețe), fie un număr mic de elemente cu contururi curbe (laturi sau fețe).

De aici se poate trage o singură concluzie: precizia de calcul a acestei metode crește odată cu creșterea numărului de elemente finite. Continuitatea rezultatelor obținute depinde de caracterul de continuitate pe care funcțiile de aproximare trebuie să le asigure la nivelul zonelor dintre elemente. Formularea metodei elementelor finite se bazează pe exprimarea condițiilor de extrem pe care unele mărimi care intervin în fenomenul studiat trebuie să le satisfacă. Această metodă este o metodă cu un vast domeniu de aplicabilitate, bucurându-se și de avantajul unei formulări simple. Caracterul de generalitate a metodei îi conferă avantajul de a se putea adapta, cu modificări simple, celor mai complexe și variate probleme.

2. GENERALITĂȚI PRIVIND PROBLEMELE DE CÂMP ELECTROMAGNETIC

2.1. Regimurile câmpului electromagnetic

Analiza câmpului electromagnetic poate fi efectuată mult mai ușor dacă sunt formulate anumite condiții. Astfel după modul de variație în timp al mărimilor electrice și magnetice se pot distinge următoarele regimuri [5]:

▪ **Regimul static** - mărimile sunt invariabile în timp (sau variază suficient de lent pentru a neglija efectul variației lor) și nu au loc transformări de energie (electrică sau magnetică). În acest regim fenomenele electrice se produc independent de cele magnetice și de aceea cele două ramuri ale câmpului electromagnetic se pot analiza separat, în cadrul electrostaticii și magnetostaticii.

a. Electrostatic: $\text{rot } \mathbf{E} = 0$; $\text{div } \mathbf{D} = \rho_v$; $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$.

b. Magnetostatic: $\text{rot } \mathbf{H} = 0$; $\text{div } \mathbf{B} = 0$; $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$.

Singura legătură dintre fenomenele electrice și magnetice este exprimată de legea lui Ohm conform căreia repartiția surselor (câmpul imprimat) determină atât curenții din conductoare, prin urmare și câmpul magnetic produs de acești curenți, cât și câmpul electric din conductoare. Cele două câmpuri, electric și magnetic, sunt în legătură exclusiv prin intermediul corpurilor conductoare parcurse de curent electric de conducție – dacă nu există curenți de conducție legătura dispare.

▪ **Regimul staționar** - mărimile sunt invariabile în timp, dar au loc transformări de energie în conductoare.

a. Electrocinetic: $\text{rot } \mathbf{E} = 0$; $\text{div } \mathbf{J} = 0$; $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$. – este produs de corpuri încărcate electric sau polarizate electric

b. Magnetic staționar: $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$; $\text{div } \mathbf{B} = 0$; $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$. – este produs de corpuri magnetizate sau parcurse de curent electric.

▪ **Regimul cvasistaționar** - mărimile de stare variază lent în timp, astfel încât se poate neglija variația în timp a unuia din fluxuri.

a. Anelectric. În acest regim se neglijează efectele magnetice ale curenților de deplasare peste tot cu excepția dielectricului condensatoarelor.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}, \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{div } \mathbf{B} = 0, \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}.$$

b. Amagnetic. În acest regim se neglijează efectele de inducție electromagnetică în producerea câmpului electric.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \text{rot } \mathbf{E} = 0, \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}.$$

▪ **Regimul variabil (nestaționar)** - mărimile de stare variază rapid în timp și au loc transformări de energie. Apare radiația electromagnetică. Câmpul magnetic variabil în timp duce la apariția unui câmp magnetic indus prin inducție electromagnetică. Câmpul electric variabil în timp determină apariția unui câmp magnetic produs de curentul de deplasare. Această dublă legătură

condiționează existența câmpului magnetic sub formă de unde electromagnetice ce se propagă cu o viteză finită.

2.2. Definirea potențialelor electromagnetice

Pentru a simplifica rezolvarea ecuațiilor câmpului electromagnetic, prin reducerea numărului de ecuații și de necunoscute fără ca acuratețea soluției să fie afectată, se utilizează **potențialele electromagnetice**. Potențialele sunt cel mai des folosite în calculul numeric al câmpului electromagnetic prin metoda elementelor finite nodale – adică într-o formulare integro-diferențială (forma diferențială a ecuațiilor câmpului este prelucrată sub o formă integrală, acesta din urmă fiind folosită pentru a rezolva problema; condițiile impuse soluției sunt relaxate, formularea numindu-se slabă; este cea mai des folosită condiție în practica inginerescă). În cele ce urmează sunt prezentate toate tipurile de potențiale electromagnetice ce pot fi folosite în rezolvare de diferite programe de simulare a problemelor de câmp electromagnetic, cum ar fi Quickfield (utilizat în aplicațiile prezentate în îndrumar), precum și FEMM, Flux, Comsol (programe bazate tot pe formulări prin metoda elementului finit) etc.

Conform legii fluxului magnetic $\text{div } \mathbf{B} = 0$, inducția magnetică \mathbf{B} definește un câmp vectorial solenoidal, reprezentabil prin rotorul unei funcții vectoriale \mathbf{A} , denumită *potențial magnetic vector*:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (2.1)$$

Dacă introducem relația de mai sus în legea inducției electromagnetice $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ obținem:

$$\text{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.2)$$

Vectorul din interiorul parantezelor este irotational și de aceea ecuația (2.2) poate fi exprimată astfel:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad } V \quad (2.3)$$

unde V o funcție scalară ce poartă denumirea de *potențialul electric scalar*.

Din ecuația de continuitate $\text{div } \mathbf{J} = 0$ caracteristică regimurilor staționar și cvasistaționar de tip magnetic rezultă că vectorul densității curentului electric de conducție \mathbf{J} este solenoidal și poate fi reprezentat prin intermediul unei alte funcții vectoriale \mathbf{T} , numită *potențial electric vector*:

$$\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{T} \quad (2.4)$$

Vectorii \mathbf{H} și \mathbf{T} diferă prin gradientul unui câmp scalar Φ , numit *potențial magnetic scalar*.

$$\mathbf{H} = \mathbf{T} - \text{grad } \Phi \quad (2.5)$$

O formulare a modelului matematic de câmp magnetic staționar se bazează pe descompunerea intensității câmpului magnetic \mathbf{H} în două părți: \mathbf{H}_J – componenta de câmp creată de curenții de conducție, și \mathbf{H}_M – restul câmpului datorat magnetizației mediului material.

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_J + \mathbf{H}_M \quad (2.6)$$

\mathbf{H}_J poate fi determinată folosind formula lui Biot-Savart-Laplace [6]. Pentru determinarea lui \mathbf{H}_M , se introduce *potențialul magnetic scalar redus* Φ_{red} :

$$\text{rot } \mathbf{H}_M = 0, \quad \mathbf{H}_M = -\text{grad } \Phi_{red} \quad (2.7)$$

2.3. Aplicarea metodei elementelor finite în rezolvarea problemelor de câmp electromagnetic

Dacă un utilizator dorește să rezolve o problemă de câmp electromagnetic, programul de calcul ales rezolvă un model al problemei reale, model conceput de utilizator. Rezultatele obținute pot fi corecte sau nu, funcție de modul în care a fost proiectat modelul. Modelarea reprezintă o activitate de simplificare a structurii reale și necesită atât experiență cât și cunoașterea bazelor teoretice ale metodei.

Fiecare program de elemente finite prezintă particularități, dar există o bază a metodei care permite abordarea oricărui program de elemente finite. Programele mari disting trei faze importante de rezolvare a unei probleme cu ajutorul metodei elementelor finite: *preprocesarea* (etapa de pregătire a datelor de intrare necesară rezolvării unei probleme și salvarea lor într-un fișier de date), *procesarea* (rezolvarea efectivă pe cale numerică a modelului problemei unde datele sunt preluate din fișierul de date și rulate conform tipului de problemă), *postprocesarea* (obținerea rezultatelor în formă tabelară sau grafică).

Preprocesarea este etapa în care se realizează geometria modelului, se definesc și se asociază proprietățile de material și fizice pentru fiecare parte a modelului geometric în parte, se impun condițiile pe frontierele corespunzătoare, se stabilesc sursele de excitație și se configurează modul în care se va discretiza domeniul problemei.

După realizarea geometriei (pentru realizarea geometriei este încurajată folosirea simetriilor dacă este posibil), următorul pas îl reprezintă discretizarea domeniului. Discretizarea înseamnă împărțirea domeniului în subdomenii disjuncte numite elemente finite. Acestea pot fi de diverse forme geometrice, în funcție de numărul de dimensiuni ale problemei analizate (unidimensională, bidimensională sau tridimensională). Pentru problemele unidimensionale ca element de discretizare se folosește linia, pentru problemele 2D se utilizează triunghiuri sau dreptunghiuri, iar în ultimul caz - tetraedre, piramide, prisme, cuburi sau hexaedre (vezi figura 1.2).

Avantajul discretizării domeniului într-un număr mic de elemente este faptul că problema se transformă dintr-o problemă mică, dar dificil de rezolvat, într-o problemă mare, dar relativ ușor de rezolvat.

Pentru problemele de câmp electromagnetic cel mai des se utilizează triunghiuri pentru cazul bidimensional, respectiv tetraedre pentru cazul tridimensional. Elemente triunghiulare respectiv tetraedre sunt cele mai des întâlnite deoarece pot discretiza orice geometrie, iar din punct de vedere matematic sunt suficient de simple, fără a deteriora precizia soluției [7].

Aproximarea soluției se face prin alegerea unor funcții triale (se mai numesc și funcții de formă sau de interpolare – se poate alege, de exemplu, ca funcție trială un polinom Lagrange de grad mic) notate cu N_i și a parametrilor variaționali (coeficienți necunoscuți ce se determină) care reprezintă valori ale soluției într-un număr p de puncte ale elementului finit (ψ_i), numite puncte.

$$\psi = \sum_{i=1}^p N_i \psi_i \quad (2.8)$$

Tipul acestor funcții se alege ținând cont de genul problemei studiate, de elementul de discretizare ales, de precizia dorită etc.

Elementele de discretizare se pot baza pe noduri sau pe linii. În primul caz se cunosc valorile câmpului în nodurile elementului, valori pe care se bazează funcțiile de interpolare, iar în cel de-al doilea caz se cunosc componentele tangențiale ale câmpului pentru fiecare latură a elementului de discretizare, componente care bineînțeles intervin în funcțiile de interpolare.

Primele funcții de interpolare utilizate în metoda elementului finit pentru studiul câmpului electromagnetic au fost cele bazate pe nodurile elementelor. Acestea pun însă probleme mai ales în zonele de discontinuitate, la granița dintre două materiale cu proprietăți fizice diferite. Avantajul elementelor bazate pe laturi este acela că asigură pe toată suprafața de interfață conservarea (continuitatea) componentei tangențiale [8].

Procesul de discretizare este procedeu prin care domeniul problemei de analizat este transformat într-o rețea de elemente bidimensionale sau tridimensionale, elemente care sunt alcătuite din noduri, muchii și fețe.

Pentru generarea automată de către sistemul de calcul a discretizării domeniului, cel mai utilizat algoritm este cel intitulat Delaunay. Acesta constă în îndesirea progresivă a rețelei de discretizare, prin introducerea de noi noduri și implicit de elemente de discretizare.

Pentru suprafețe elementul de discretizare folosit este triunghiul. Algoritmii Delaunay (una dintre cele mai bune metode automate) generează triunghiuri cvasi-echilaterale, acestea ajutând la asigurarea preciziei soluției metodei elementului finit, dimensiunea optimă pentru unghiurile triunghiurilor fiind între $\pi/3$ și $\pi/2$ [9].

Principiul acestui algoritm este: se discretizează domeniul, apoi se îndesește rețeaua prin adăugarea de noi noduri. Dacă aceste noduri sunt plasate în interiorul triunghiurilor deja existente, atunci prin unirea vârfurilor unui triunghi cu acest nou nod se obțin alte trei noi triunghiuri. Dacă noul nod este plasat pe latura comună a două triunghiuri atunci aceste două triunghiuri adiacente sunt înlocuite cu alte patru formate prin unirea vârfurilor cu acest nou nod. În cazul în care nodul este plasat chiar pe o latură a unui triunghi ce coincide cu frontiera domeniului problemei atunci triunghiul se înlocuiește cu altele două determinate de vârfurile vechiului triunghi și acest nou nod. Condiția ce trebuie îndeplinită de triunghiurile introduse este așa numitul criteriu al cercului: cercul circumscris triunghiului nou nu trebuie să conțină în interiorul său nici un alt nod al altor triunghiuri.

Pentru volume elementul de discretizare considerat este tetraedrul. În această situație algoritmii sunt mai complecși, cercul fiind înlocuit de sferă. Astfel, condiția care trebuie îndeplinită de tetraedrele rețelei de discretizare este ca sfera circumscrisă unui tetraedru nu trebuie să cuprindă nici un nod al altor tetraedre (adiacente sau nu) [8].

Există o serie de elemente care condiționează discretizarea [10] :

- *tipul elementelor finite* - se aleg în funcție de tipul problemei și de domeniul de analiză, de precizia dorită etc.
- câteodată *elementele parabolice* sunt de preferat celor liniare, deoarece la același număr de noduri, soluția discretizării cu elemente parabolice este mai precisă decât cea cu elemente liniare.
- dacă există mai multe tipuri de elemente finite, la granița dintre acestea trebuie asigurată *continuitatea*.

- *mărimea și numărul elementelor finite influențează convergența soluției* - la un număr mai mare de elemente rezultatul se apropie de soluția exactă, dar o creștere prea mare poate duce la eșec dacă calculatorul nu suportă volum mare de calcule.
- *poziționarea nodurilor se face uniform în structură* – trecerea de la o zonă cu discretizare fină la una cu discretizare grosieră trebuie făcută progresiv.
- se evită folosirea elementelor cu formă alungită (triunghiuri foarte ascuțite, dreptunghiuri cu raportul dimensiunilor mai mare ca 3). Preferabil ar fi ca discretizarea cu triunghiuri să conțină numai triunghiuri echilaterale, discretizarea cu patrulatere să conțină doar pătrate, iar cea 3D elemente cubice.

Procesarea problemei semnifică aproximarea câmpului studiat pentru fiecare element de discretizare în parte prin intermediul unor funcții de interpolare care au coeficienți necunoscuți. Aceste funcții sunt în strânsă legătură cu muchiile și nodurile elementelor de discretizare ale domeniului problemei. Aproximarea soluției se face astfel încât funcțiile de interpolare pentru fiecare element de discretizare să conducă la o funcție continuă pe frontiera dintre oricare două elemente de discretizare adiacente. Satisfacerea condițiilor pe frontiera elementelor este simplu de îndeplinit deoarece în general frontierele sunt linii poligonale. Cu ajutorul acestor funcții sunt generate ecuațiile corespunzătoare pentru fiecare element în parte. Toate ecuațiile obținute sunt asamblate într-un singur sistem, implementat sub formă matriceală, rezolvat pe cale numerică.

Primul pas al rezolvării problemei îl constituie deducerea ecuației corespunzătoare regimului considerat. După ce a fost obținută ecuația trebuie asigurată unicitatea soluției acesteia prin impunerea unor condiții pe frontierele domeniului problemei.

Aceste condiții pot fi de mai multe tipuri [11], [12]:

- *Dirichlet* – aceste condiții presupun ca câmpul magnetic să fie tangent la o anumită suprafață. Cea mai utilizată condiție de acest tip presupune definirea în mod explicit pe frontieră a valorii potențialului magnetic vector $A = 0$ cu scopul de a nu permite fluxului magnetic să treacă de frontieră.
- *Neumann* – aceste condiții presupun ca câmpul magnetic să fie normal la o anumită suprafață. Cea mai utilizată condiție Neumann este $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$, ea forțând fluxul să treacă la exact 90° față de frontieră.
- *Robin* – sunt condiții mixte Dirichlet-Neumann, care permit impunerea unei anumite impedanțe suprafețelor. Un exemplu de astfel de condiție este $\frac{\partial A}{\partial n} + cA = 0$. Aceste condiții sunt folosite în general în problemele unde intervin curenți turbionari.

În cazul în care nu se specifică nici o condiție de frontieră, atunci programul consideră implicit condiții de tip Neumann.

După stabilirea condițiilor, ecuația se particularizează pentru fiecare element de discretizare al rețelei în parte urmând ca apoi toate aceste ecuații să fie asamblate într-un singur sistem. Astfel se obține o ecuație matriceală de forma:

$$A \cdot x = b \quad (2.9)$$

unde: A este matricea coeficienților; x este matricea necunoscutelor, adică a potențialelor câmpului studiat; b este matricea termenilor liberi.

Dacă ecuația matriceală este liniară pot fi folosite mai multe metode de rezolvare [9]: metoda de eliminare Gauss, metoda lui Choleski (dacă matricea A este simetrică și pozitiv

definită) și metoda gradientului conjugat preconditionat. Dintre acestea, cea mai folosită și mai eficientă metodă din punctul de vedere al timpului de calcul, al necesarului de memorie și al rapidității convergenței, îl reprezintă metoda de eliminare a lui Gauss. Este folosită pentru rezolvarea sistemelor de ecuații cu matrice bandă simetrică.

Metoda eliminării a lui Gauss are la bază ideea transformării matricei date A într-o matrice superior triunghiulară prin eliminarea consecutivă a necunoscutelor și apoi rezolvarea ecuațiilor, folosind procedeul de substituție inversă. Această metodă se poate aplica oricărui tip de sistem de ecuații liniare. Rezolvarea sistemului presupune parcurgerea a două etape importante: fixarea unei necunoscute în prima ecuație, care se elimină din toate celelalte ecuații, prin transformări elementare (adunarea unei linii înmulțită cu un număr la altă linie, înmulțirea unei linii cu un scalar nenul, schimbarea a două linii între ele); eliminarea unei alte necunoscute din următoarele ecuații, până la obținerea unui sistem triunghiular.

În cazul celor mai multe probleme, materialele au caracteristici neliniare, ceea ce complică situația deoarece și matricea A devine neliniară, ecuația (2.48) devenind:

$$A(x) \cdot x = b \quad (2.10)$$

În acest caz, se impune liniarizarea matricei A . Metoda cea mai utilizată de rezolvare a cazurilor neliniare este metoda Newton-Raphson.

Metoda Newton-Raphson poate fi aplicată când se cunosc derivatele funcției f – o funcție analitică cunoscută de variabilă reală, pe intervalul pe care este definită. Derivatele $f'(x)$ și $f''(x)$ sunt funcții continue care își păstrează semnul pe intervalul de definiție [13]. Se alege o aproximație de ordinul 0 pentru rădăcina ecuației – x_0 , și se caută punctul de intersecție a tangentei la graficul funcției $f(x)$ în punctul de coordonate $(x_0, f(x_0))$. Se calculează punctul x_1 în care tangenta intersectează axa Ox :

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (2.11)$$

Punctul x_1 reprezintă o nouă aproximație pentru rădăcina ecuației. Se duce o nouă tangentă în $(x_1, f(x_1))$ și se găsește o nouă aproximație x_2 . Algoritmul continuă și se obține un șir de numere care are limita egală cu soluția funcției.

Funcția de iterație Newton-Raphson este:

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (2.12)$$

S-a constatat că folosind această metodă se obține după un număr destul de mic de pași soluția aproximativă.

Avantajul acestei metode este acela că are o convergență rapidă. Dezavantajele sunt: algoritmul poate fi divergent pentru unele funcții, este sigur divergent în punctele de inflexiune ($f''(x) = 0$), se pot obține împărțiri la 0, alegerea soluției inițiale aproape de soluția reală poate produce obținerea într-un final a unei alte soluții corecte.

După liniarizarea sistemului, adică obținerea unor numere în matricea A , se trece la rezolvarea propriu-zisă a acestuia prin metoda gradientului conjugat (se calculează soluția sistemului în cel mult n iterații, n fiind dimensiunea matricei A).

Metoda este aplicată mai ales sistemelor în care dimensiunea matricii A este mare. Dacă matricea A este n -dimensională atunci algoritmul gradientului conjugat asigură convergența

sigur în maxim n iterații. Pentru a fi convergent, totuși matricea A trebuie să fie bine definită, adică să nu aibă elemente diferite de zero singulare.

După finalizarea acestui algoritm se obține intensitatea câmpului magnetic în nodurile sau pe laturile elementelor de discretizare ale domeniului. Celelalte rezultate dorite se obțin din legile ce caracterizează regimul de lucru. Valorile în punctele interioare elementelor de discretizare se calculează cu ajutorul funcțiilor de interpolare.

Această etapă consumă cel mai mult timp și memorie.

Postprocesarea reprezintă ultima etapă în rezolvarea unei probleme. Se obțin diverse mărimi - forțe, cupluri, energii, inductivități etc., se poate analiza evoluția în timp a diferitelor mărimi, se pot observa formele liniilor de câmp etc.

În concluzie metoda elementului finit are câteva proprietăți importante [14]:

- permite tratarea domeniilor neomogene și liniare;
- prin folosirea acestei metode se ajunge la algoritmi relativ ușor de implementat numeric, mai ales la elementele de ordin inferior;
- are un grad de generalitate sporit, deoarece există elemente finite de diferite forme pot fi rezolvate cu ușurință și geometrii complexe;
- elementele finite nodale conduc deseori la matrici rare, cu structură bandă (are elemente nenule doar în jurul diagonalei), care pot fi rezolvate mult mai ușor;
- rețeaua de discretizare poate fi îndesită local – în cazul în care discretizarea domeniului nu se face automat;
- postprocesarea mărimilor de câmp este simplă;
- în cazul în care se modelează probleme cu frontiere deschise în rezolvare se combină metoda elementelor finite cu metoda elementelor de frontieră – această ultimă metodă nu discretizează tot domeniul problemei, ci doar frontiera.

3. INTRODUCERE ÎN QUICKFIELD

Quickfield reprezintă un program realizat în scopul ajutării specialiștilor în inginerie electrică. La baza acestui program este un solver ce poate calcula câmpurile electrice, magnetice și nu numai, utilizând metoda elementelor finite. Poate fi folosit în rezolvarea unor multitudini de aplicații: probleme electromagnetice, termice și de stres, probleme cuplate, etc.

Pentru a analiza o problemă, în Quickfield există o serie tipică de pași după cum se poate observa în diagrama de mai jos:

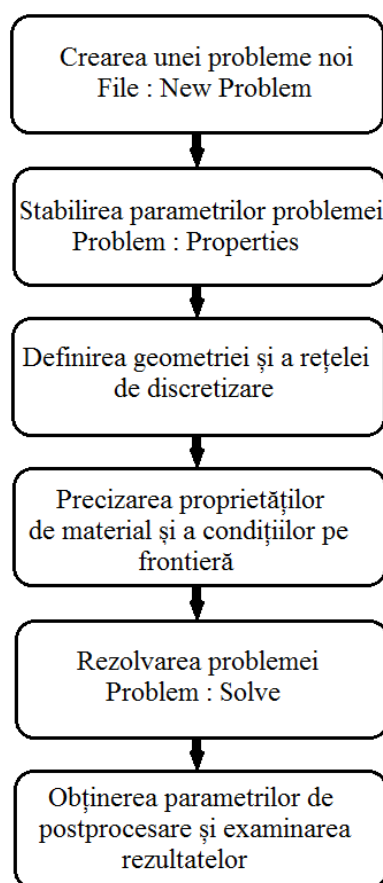


Fig. 3.1. Pași efectuați în analiza unei probleme în Quickfield

Pentru a defini complet problema, Quickfield creează trei documente: **Problem (*.pbm)** – în acest document sunt precizate tipul analizei (electrostatics, magnetostatics, stress analysis, transient magnetics etc.), tipul problemei (plan-paralelă, axisimetrică), unitățile de lungime, sistemul de coordonate etc.; **Geometry (*.mod)** – descrierea completă a geometriei, etichetarea părților geometrice, precizarea rețelei de discretizare ; **Data (*. dms, *. dhe, *.des, *.dtv, *.dcf, *.dec, *.dht, sau *.dsa)** – specific fiecărui tip de analiză, sunt stocate proprietățile de material,

sunt precizate condițiile pe frontieră. În timpul etapei de rezolvare a problemei Quickfield creează încă un document cu extensia *.res (acest document are obligatoriu același nume ca și documentul problemă și este stocat în același fișier).

Primul pas în modelarea dispozitivului îl reprezintă definirea tipului de problemă: plană, axisimetrică sau imagine 3D (opțiune valabilă pentru versiunile noi) – figura 3.2.

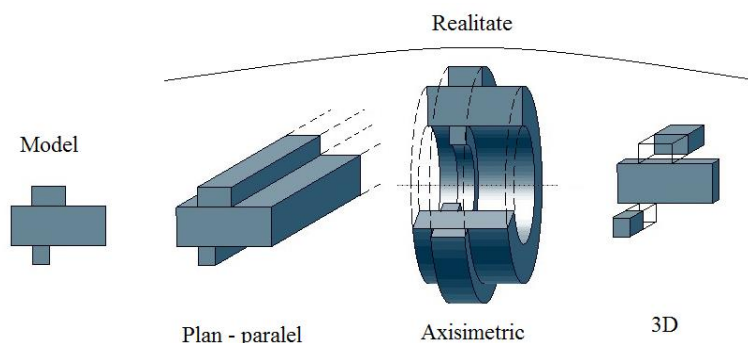


Fig. 3.2. Diferența dintre model și obiectul real

Următorul pas îl constituie desenarea geometriei, introducerea proprietăților de material și a condițiilor pe frontieră. Pentru a modela cât mai bine dispozitivul și a obține rezultate cât mai corecte limitele domeniului de calcul se aleg cât mai departe de dispozitiv.

Discretizarea domeniului se face în mod automat existând posibilitatea îndeșirii locale a acestuia. Quickfield utilizează elemente de discretizare sub formă de triunghi. Reuniunea tuturor triunghiurilor reconstituie perfect domeniul. S-a ales această formă a elementului finit deoarece s-a luat în calcul faptul că triunghiul este forma geometrică cu numărul minim de noduri caracteristice care poate aproxima cel mai bine domeniul de calcul. Pentru fiecare element al domeniului soluția este aproximată printr-o interpolare liniară a valorilor potențialului pe cele trei drepte ale triunghiului. Funcțiile de interpolare au o structură simplă. Folosind aceste elemente de discretizare se pot genera fără dificultate matricea coeficienților și a vectorului termenilor liberi. Programul Quickfield folosește pentru rezolvarea ecuațiilor formulările în potențiale electromagnetice.

Cele mai utilizate condiții pe frontieră sunt cele Neumann și Dirichlet.

Postprocesarea este ultima parte a oricărui program. În partea de postprocesare se poate analiza evoluția în timp a diferitelor mărimi, se pot observa formele liniilor de câmp, se pot obține hărți de culori, diferite grafice, se pot calcula în diferite puncte valori ale câmpului, etc.

Tipuri de probleme ce se pot analiza în Quickfield [15]:

- Magnetostatica – se pot proiecta și analiza solenoidi, motoare electrice, ecrane magnetice, magneți permanenți, etc.
- Analiza tranzitorie a câmpului magnetic – se pot analiza diferite dispozitive de curent continuu și alternativ (de exemplu transformatoare și motoare de curent continuu). Simularea se poate cupla cu circuite electrice.
- Analiza în curent alternativ a câmpului magnetic – este analizat câmpul magnetic produs de curenții alternativi și de asemenea se pot studia curenții turbionari.
- Electrostatica – analiza diferitelor încărcări electrice, linii de transmisie etc.
- Analiza conducției în curent continuu și alternativ.

- Analiza tranzitorie a câmpului electric.
- Analiza termică – distribuția temperaturii, pierderile prin căldură.
- Analiza tensiunilor mecanice.

Deoarece în acest îndrumar sunt analizate folosind Quickfield probleme de electrostatică și magnetostatică în cele ce urmează sunt prezentate pe larg cele două regimuri.

Electrostatică

Problemele de electrostatică sunt descrise de ecuația lui Poisson pentru potențialul electric scalar, notat în programul Quickfield cu U ($\mathbf{E} = -\text{grad } U$, unde \mathbf{E} este vectorul intensitate a câmpului electric) [15].

Pentru problemele planare ecuația este:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\rho \quad (3.1)$$

, iar pentru cele axisimetrice:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\varepsilon_r r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\rho \quad (3.2)$$

, unde ε este tensorul permitivitate electrică și ρ este densitatea de sarcină electrică.

Sursele câmpului sunt reprezentate de sarcini electrice situate în diferite părți ale modelului (volum, față, noduri etc.).

Cele două condiții pe frontieră utilizate sunt Dirichlet (valoarea potențialului electric este precizată într-un punct, pe o linie sau față a modelului sau poate fi precizat ca o funcție liniară față de coordoate) sau Neumann. În cazul celei de-a doua condiții pe frontieră aceasta este definită de următoarele condiții:

$$D_n = \sigma - \text{pe frontierele exterioare} \quad (3.3)$$

$$D_n^+ - D_n^- = \sigma - \text{pe frontierele interioare} \quad (3.4)$$

, unde D_n este componenta inducției electrice, “+” și “-” reprezintă partea dreaptă și stângă a frontierei, σ este densitatea de suprafață a sarcinii. Dacă σ este zero condiția se numește omogenă și se folosește atunci când se lucrează cu simetrii. Dacă nu se precizează condiții pe frontiere programul consideră automat condiții de tip Neumann.

Pentru a descrie suprafața unui conductor izolat se consideră condiția de potențial constant, dar fără a cunoaște valoarea acestui potențial.

În urma rezolvării unei probleme de electrostatică se pot obține informații despre potențialul electric scalar, despre intensitatea câmpului electric, inducția câmpului electric, valoarea sarcinii totale într-un anumit volum, forța electrică totală ce acționează într-un anumit volum, energii etc.

Magnetostatică

Quickfield poate rezolva atât probleme liniare cât și neliniare. Câmpul magnetic poate fi indus prin curenți, magneți permanenți sau câmpuri magnetice externe.

Problemele de magnetostatică sunt descrise de ecuația lui Poisson pentru potențialul magnetic vector \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, unde \mathbf{B} este vectorul inducție a câmpului magnetic) [15]. Inducția câmpului magnetic se presupune că este în planul modelului (xy sau zr), în timp ce vectorul densitate a câmpului electric \mathbf{J} și vectorul potențial \mathbf{A} sunt ortogonale pe respectivul plan.

Pentru problemele planare ecuația este:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right) \quad (3.5)$$

, iar pentru cele axisimetrice:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right) \quad (3.6)$$

, unde μ_x și μ_y (μ_z și μ_r) sunt componente ale tensorului permeabilitate magnetică, H_{cx} și H_{cy} (H_{cz} și H_{cr}) sunt componente ale vectorului intensitatea câmpului magnetic coercitiv și densitatea de curent j sunt constante ale fiecărei regiuni din model.

La fel ca și în cazul problemelor de electrostatică, pe frontiere sunt utilizate condițiile Dirichlet sau Neumann. În primul caz se introduce valoarea potențialului magnetic vector în puncte sau pe linii, sau în funcție de coordonate:

$$A_0 = a + bx + cy - \text{pentru problemele plane} \quad (3.7)$$

$$rA_0 = a + bzr + cr^2/2 - \text{pentru probleme axisimetrice} \quad (3.8)$$

unde a , b și c sunt constante pe fiecare linie în parte.

Condițiile Neumann au următoarea formă:

$$H_t = \sigma - \text{pe frontierele exterioare} \quad (3.9)$$

$$H_t^+ - H_t^- = \sigma - \text{pe frontierele interioare} \quad (3.10)$$

, unde H_t este componenta intensității câmpului magnetic, “+” și “-” reprezintă partea dreaptă și stângă a frontierei, σ este densitatea de liniară a curentului. Dacă σ este zero condiția se numește omogenă și se folosește atunci când se lucrează cu simetrii. Dacă nu se precizează condiții pe frontiere programul consideră automat condiții de tip Neumann.

În urma rezolvării unei probleme de magnetostatică se pot obține informații despre potențialul magnetic vector, intensitatea și inducția câmpului magnetic, forțe, energia câmpului magnetic, fluxul magnetic

4. LABORATOARE

4.1 Problemă rezolvată de electrostatică

Modelarea presupune utilizarea unui concept care să reprezinte simplificat, dar cât mai exact, o situație reală mai complicată. În cazul câmpului electromagnetic, abordarea problemei se va face în mod progresiv, pornind de la cazuri particulare de manifestare a câmpului electromagnetic. O prima abordare pe care o propunem pentru înțelegerea principiului de lucru este cea a câmpului electrostatic.

Geometrie și date

Pentru a deschide programul: **Start/Tera Analysis/QuickFieldStudent**. Din meniul **File** alegem **New Problem** – figura 4.1. Se alege un nume sugestiv pentru problemă și folderul unde dorim să salvăm problema. Se va crea astfel fisierul ***.pbm**.

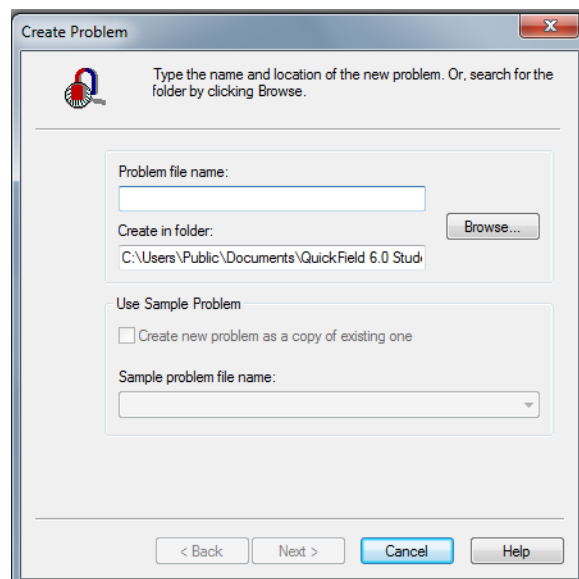


Fig. 4.1. Creare problemă

Apăsăm pe butonul **next** și se deschide o fereastră de unde se pot alege parametrii problemei – figura 4.2.

Modificăm următorii parametrii, restul rămânând neschimbați:

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

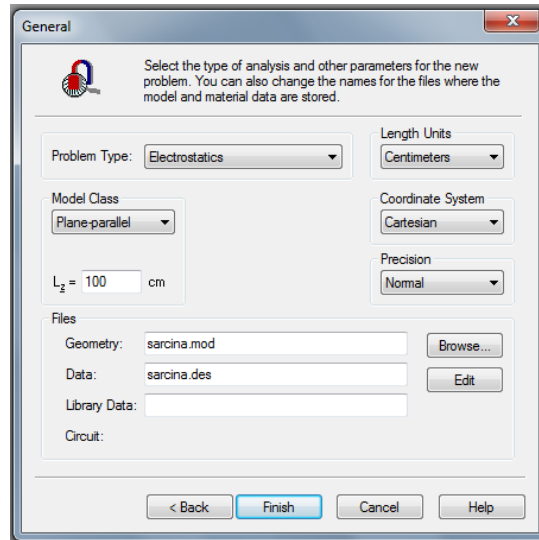


Fig. 4.2. Selectarea tipului de problemă

Se observă că programul creează încă două fișiere: ***.mod** (fișier ce conține modelul geometric) și ***.des** (fișier ce conține datele de material). Apasați butonul **Finish**.

Acum putem crea geometria problemei. Pentru a realiza acest lucru prima dată trebuie să introducem nodurile (**Edit/Add Vertices** și se introduc coordonatele fiecărui punct) – figura 4.3.

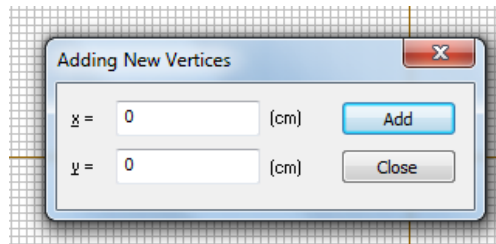



Fig. 4.3. Introducerea punctelor

În figura 4.4 sunt reprezentate aceste coordonate sunt forma (x,y). Prin unirea a două puncte se poate obține o linie sau un arc de cerc. Dacă dorim să obținem o linie se selectează butonul  (baghetă), **Straight line**, se alege primul punct și ținând apăsat se trage o linie unind primul punct cu al doilea.

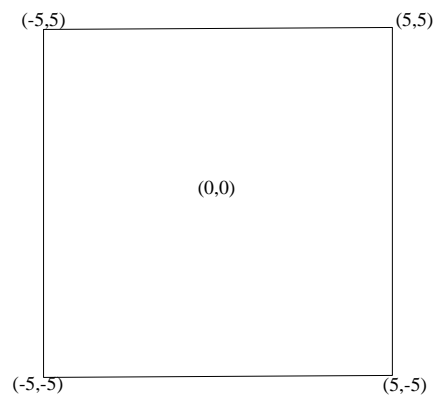


Fig. 4.4 Geometria problemei

După ce este realizată toată geometria trebuie să definim proprietățile.

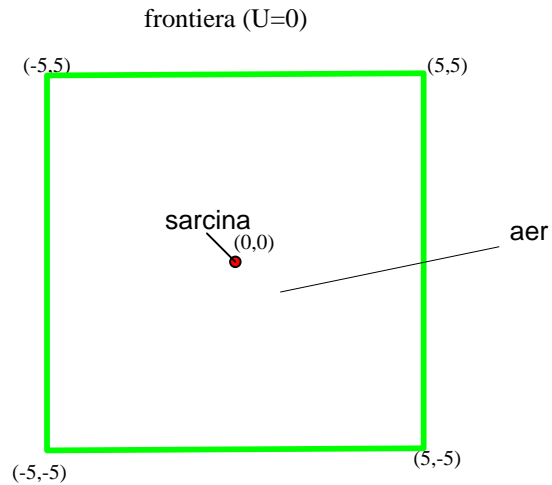


Fig. 4.5 Proprietățile problemei

Astfel, selectăm punctul, linia sau blocul dorit, se apasă click dreapta, se selectează **Properties** și unde apare **Label** se introduce numele dorit, de exemplu **sarcină**.

Se observă că tot aici se poate stabili **Spacingul** (distanța dintre puncte care ajută la realizarea rețelei de discretizare – mesh) – fig 6.

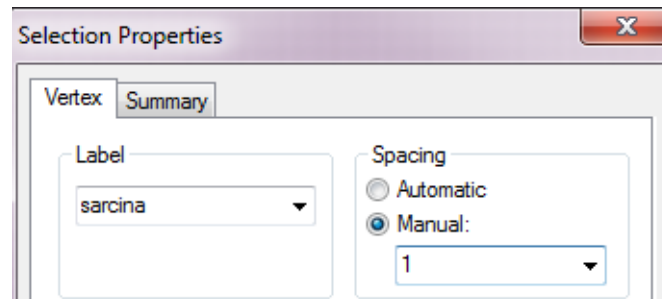


Fig. 4.6 Stabilire spacing

În partea stângă a ferestrei de lucru apare fiecare denumire aleasă – figura 4.7. Pentru a termina definirea proprietăților se alege fiecare label în parte (dublu click) și se introduc datele dorite:

Vertex:

Sarcina: $q = 1C$

Edges:

Frontiera : $U=0$

Blocks:

Aer: $\epsilon_r = 1$

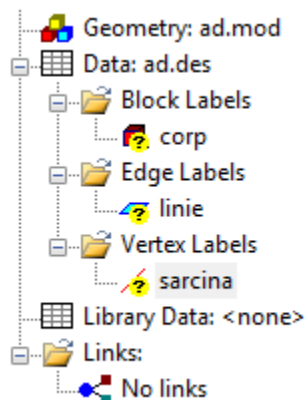



Fig. 4.7 Label-urile

Înainte de a rezolva problema, trebuie să realizăm mesh-ul. Pentru început vom alege un mesh automat: **Edit/Build mesh/ In all blocks** sau apăsând  - figura 4.8.

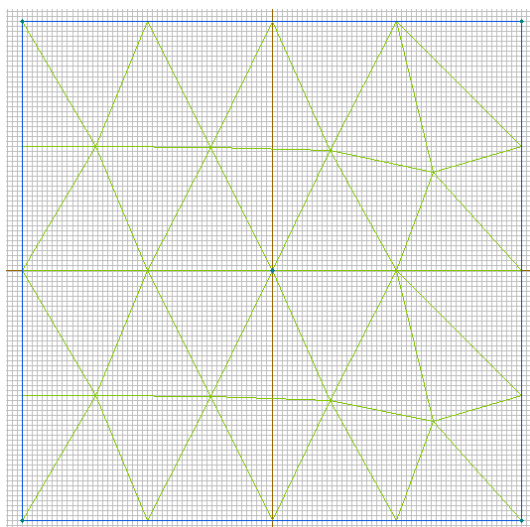


Fig. 4.8 Rețeaua de discretizare

Astfel, problema noastră are 27 de noduri (pentru a afla, **Edit/Properties**).

Observație. Programul Quickfield, în varianta Student, poate lucra cu maximum 200-250 de noduri. Un nod este punctul de întâlnire al mai multor elemente finite, triunghiuri (vârful comun al mai multor triunghiuri adiacente). Variantele profesionale pot lucra cu 100 000 de noduri și chiar cu „un număr infinit de noduri”. Cu cât numărul de noduri disponibile este mai mare cu atât descrierea problemei este mai precisă (ca în cazul unui mozaic sau a unei imagini realizată din pixeli).

Pentru a rezolva problema – **Problem/Solve** sau direct apăsând butonul . Apare mesajul:

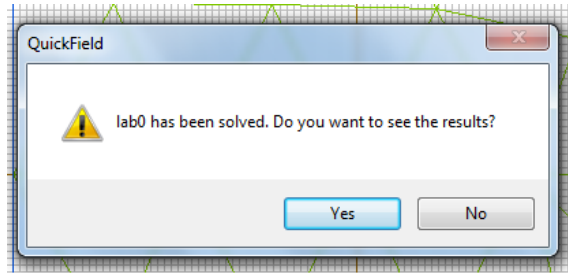


Fig. 4.9 Mesaj afișare rezultate

În continuare are loc rezolvarea ecuațiilor câmpului – vezi capitolul 3 – pe fiecare element finit (triunghi) și apoi asamblarea, din aproape în aproape, de la triunghi la triunghi, pentru a obține soluția pentru tot ansamblul.

Puncte de calcul

Se aleg câteva puncte de calcul:

$P_1 (0.5; 0)$
 $P_4 (0; 3)$

$P_2 (0; 0.5)$
 $P_5 (5; 0)$

$P_3 (3; 0)$
 $P_6 (0; 5)$

Analiza rezultatelor

În figura 4.10 sunt prezentate liniile câmpului electric.

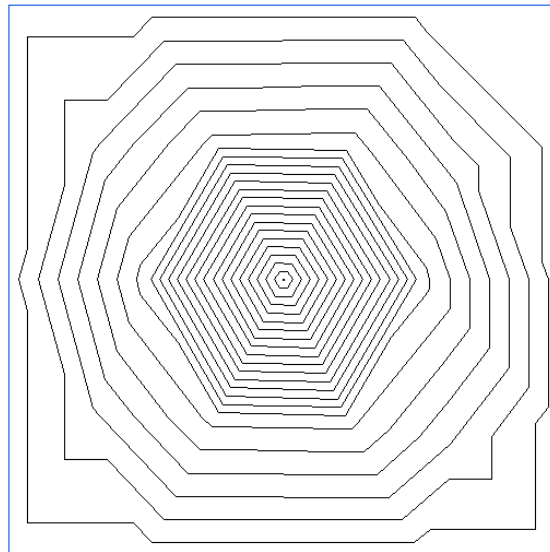



Fig. 4.10 Forma liniilor de câmp produs de o sarcină punctiformă pozitivă

Se deschide din **Toolbar** poziția **View** și se alege **Local Values**, sau se apasă pe butonul , fapt care deschide o nouă fereastră unde găsiți **!Click the point to display the field values**. Revenind pe fereastra care reprezintă soluția grafică a problemei și făcând click în poziția dorită (coordonatele sunt afișate, în funcție de poziția cursorului mutat cu Mouse-ul) alegeți punctul

unde sunt afișate rezultatele. O altă modalitate este de a introduce coordonatele punctelor de calcul – fig 4.11.

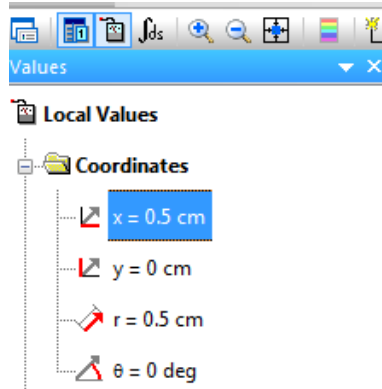


Fig. 4.11. Introducerea coordonatelor punctelor de calcul

Observație. Vizualizarea rezultatelor trebuie făcută după rezolvarea problemei cu datele de intrare dorite.

Valoarea potențialului electric al punctului se găsește trecută sub forma: Voltage U= V. Este vorba de tensiunea electrică între acel punct și potențialul de referință:

$$U = V_{\text{punct}} - V_0 = V_{\text{punct}} - 0 = V_{\text{punct}} \quad (4.1)$$

unde U este potențialul electric căutat, pentru că potențialul de referință a fost ales 0.

În figura 4.12 sunt prezentate a) harta potențialului electric și b) harta intensității curentului electric.

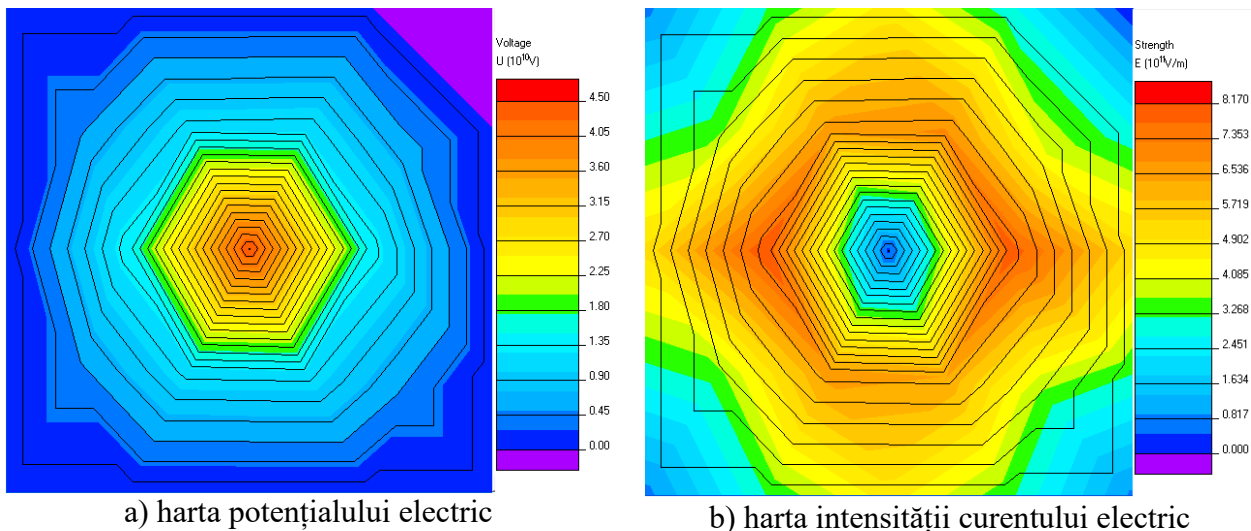


Fig. 4.12 Hărți de rezultate

4.2. Laborator 1 – Sarcina punctuală

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

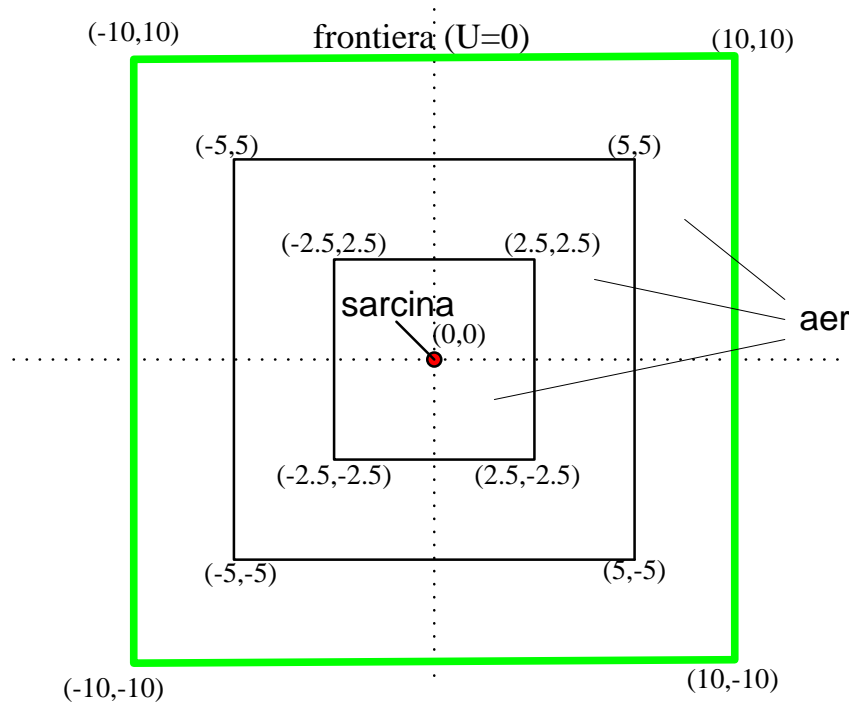


Fig. 4.13 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina: $q = 1C$

Edges:

Frontiera : $U=0$

Blocks:

Aer: $\epsilon_r = 1$

Puncte de calcul

$P_1 (0.5; 0)$

$P_2 (0; 0.5)$

$P_3 (3; 0)$

$P_4 (0; 3)$

$P_5 (9.5; 0)$

$P_6 (0; 9.5)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 2, 4, 6)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.75, 1.75, 3)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.35, 0.6, 1.5)

Test de mesh

$q = 10^{-6} C$ $\epsilon_r = 1$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			

Test de sarcină

Mesh 3 $\epsilon_r = 1$		$q = 10^{-6} C$	$q = 10^{-3} C$	$q = 1 C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			

Test de permitivitate electrică

Mesh 3 $q = 1 C$		$\epsilon_r = 1$	$\epsilon_r = 10$	$\epsilon_r = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			

Test pentru polaritatea sarcinii

<i>Mesh 3</i> $q = -1 C$ $\epsilon_r = 1$		
Potențial el. [V]	V ₁	
	V ₂	
	V ₃	
	V ₄	
	V ₅	
	V ₆	
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁	
	E ₂	
	E ₃	
	E ₄	
	E ₅	
	E ₆	

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm polaritatea sarcinii în ce mod se modifică rezultatele? Analizați și comentați rezultatele obținute în cele două cazuri.
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.
7. Modificarea distanței de la sarcină la frontieră duce la modificarea rezultatelor. Dacă da, cum influențează mărirea sau micșorarea acestei distanțe.

4.3. Laborator 2 – Două sarcini punctuale

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

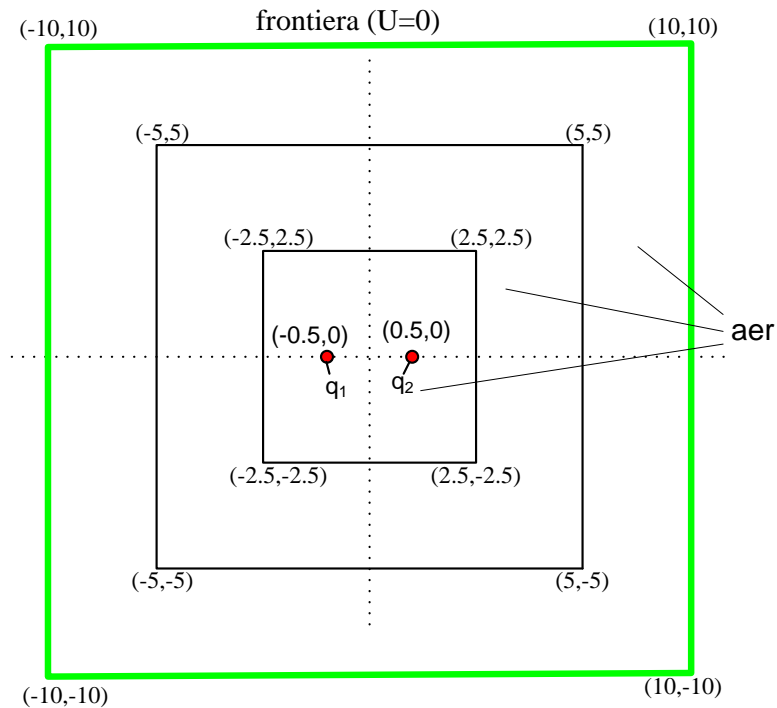


Fig. 4.14 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina: $q_1 (-0.5,0)$ și $q_2 (0.5,0)$

Edges:

Frontiera : $U=0$

Blocks:

Aer: $\epsilon_r = 1$

Puncte de calcul

$P_1 (0; 0)$

$P_2 (-0.45; 0)$

$P_3 (-0.49; 0)$

$P_4 (-0.55; 0)$

$P_5 (0.55; 0)$

$P_6 (-5; 0)$

$P_7 (5; 0)$

$P_8 (-9.5; 0)$

$P_9 (9.5; 0)$

$P_{10} (0; 2.5)$

$P_{11} (0; -2.5)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 2, 4, 6)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 1, 2, 4)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.75, 1.5, 3)

Test de mesh

$q_1 = +10^{-6} C$ $q_2 = +10^{-6} C$ $\epsilon_r = 1$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potenția l el. [V]	V ₁			
	V ₇			
	V ₉			
	V ₁₀			
Intens. cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₇			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test de permitivitate electrică

<i>Mesh 3</i> $q_1 = +10^{-6} C$ $q_2 = +10^{-6} C$		$\epsilon_r = 1$	$\epsilon_r = 10$	$\epsilon_r = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
	V ₁₁			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			
	E ₁₁			

Test de sarcină

<i>Mesh 3</i> $\epsilon_r = 1$ $q_1 = +10^{-6} C$		$q_2 = +10^{-6} C$	$q_2 = +10^{-3} C$	$q_2 = +1C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
	V ₁₁			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			
	E ₁₁			

Test pentru polaritatea sarcinii

<i>Mesh 3</i> $\epsilon_r = 1$ $ q_1 = q_2 = 1C$		$q_1 > 0$ $q_2 > 0$	$q_1 > 0$ $q_2 < 0$	$q_1 < 0$ $q_2 > 0$	$q_1 < 0$ $q_2 < 0$
Potențial el. [V]	V ₁				
	V ₂				
	V ₃				
	V ₄				
	V ₅				
	V ₆				
	V ₇				
	V ₈				
	V ₉				
	V ₁₀				
	V ₁₁				
Intensitate a cp. el. [V/m]	E ₁				
	E ₂				
	E ₃				
	E ₄				
	E ₅				

	E ₆				
	E ₇				
	E ₈				
	E ₉				
	E ₁₀				
	E ₁₁				

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice q_2 valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm polaritatea sarcinilor în ce mod se modifică rezultatele? Analizați și comentați rezultatele obținute în cele patru cazuri.
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.4. Laborator 3 – Linia microstrip

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

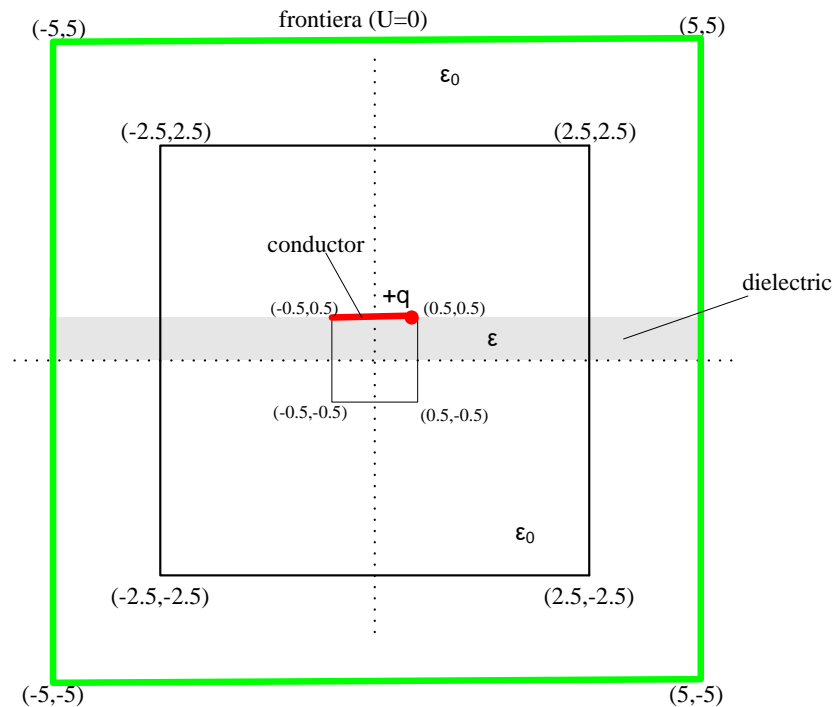


Fig. 4.15 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina: q (inițial $q = 10^{-6} \text{ C}$)

Edges:

Frontiera : $U=0$

Conductor: floating conductor

Blocks:

Aer: $\epsilon_0 = 1$

Dielectric: ϵ_r (inițial $\epsilon_r = 1$)

Puncte de calcul

$P_1 (0; -2.5)$

$P_2 (0; -4.5)$

$P_3 (0; -1)$

$P_4 (0; 0)$

$P_5 (0; 0.25)$

$P_6 (0; 1)$

$P_7 (0; 4.5)$

$P_8 (-2; 0.25)$

$P_9 (2; 0.25)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 2, 4, 6)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.5, 1, 2)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.3, 0.7, 1.65)

Test de mesh

$q_1 = +10^{-6} C$ $\epsilon_0 = 1$ $\epsilon = 1$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potenția el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
Intens. cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			

Test de permitivitate electrică

<i>Mesh 3</i> $q_1 = +10^{-6} C$ $\epsilon_0 = 1$		$\epsilon_{dielectric} = 1$	$\epsilon_{dielectric} = 10$	$\epsilon_{dielectric} = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			

Test de sarcină

<i>Mesh 3</i> $\epsilon_{\text{dielectric}} = 10$ $\epsilon_0 = 1$		$q = 10^{-6} C$	$q = 10^{-3} C$	$q = 1C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			

Test pentru polaritatea sarcinii

<i>Mesh 3</i> $\epsilon_{\text{dielectric}} = 10$ $\epsilon_0 = 1$		$q = 1C$	$q = -1C$
Potențial el. [V]	V ₁		
	V ₂		
	V ₃		
	V ₄		
	V ₅		
	V ₆		
	V ₇		
	V ₈		
	V ₉		
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁		
	E ₂		
	E ₃		
	E ₄		
	E ₅		
	E ₆		
	E ₇		
	E ₈		
	E ₉		

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm polaritatea sarcinii în ce mod se modifică rezultatele? Analizați și comentați rezultatele obținute în cele două cazuri.
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.5. Laborator 4 – Condensatorul plan

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics
Model Class: Plane-parallel
Coordinate System: Cartesian
Length Units: Centimeters

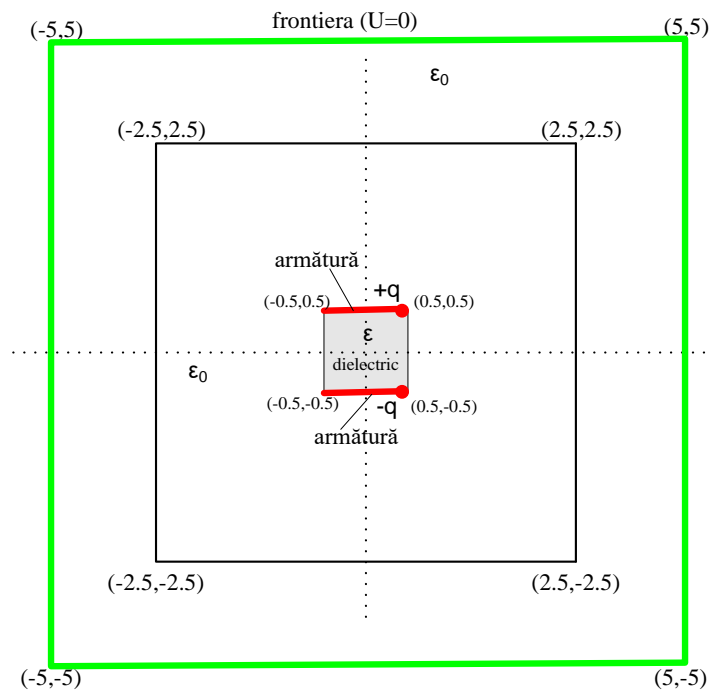


Fig. 4.16 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina pozitivă: $+q$ (inițial $q = 1 \text{ C}$)

Sarcina negativă: $-q$ (inițial $q = -1 \text{ C}$)

Edges:

Frontiera : $U=0$

Armătură: floating conductor

Blocks:

Aer: $\epsilon_0 = 1$

Dielectric (izolator): $\epsilon_r=1$

Puncte de calcul

$P_1 (0; -4.5)$

$P_2 (0; -2)$

$P_3 (0; -0.55)$

$P_4 (0; -0.45)$

$P_5 (0; 0)$

$P_6 (0; 0.45)$

$P_7 (0; 0.55)$

$P_8 (0; 2)$

$P_9 (0; 4.5)$

$P_{10} (-0.5; 0)$

$P_{11} (0.5; 0)$

$P_{12} (2.5; 0)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 1, 2, 4)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.5, 1, 2)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.45, 0.6, 1.5)

Test de mesh

$q = \pm 1C$ $\epsilon_0 = 1$ $\epsilon_{r_dielectric} = 1$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potenția l el. [V]	V1			
	V5			
	V12			
Intens. cp. el. [V/m]	E1			
	E5			
	E12			

Test pentru dielectric

<i>Mesh 3</i> $q = \pm 1C$ $\epsilon_0 = 1$		$\epsilon_{r_dielectric} = 1$	$\epsilon_{r_dielectric} = 10$	$\epsilon_{r_dielectric} = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
	V ₁₁			
	V ₁₂			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			
	E ₁₁			
	E ₁₂			

Test de sarcină

<i>Mesh 3</i> $\epsilon_{\text{dielectric}} = 10$ $\epsilon_0 = 1$		$q_{\pm} = \pm 10^{-6} C$	$q_{\pm} = \pm 10^{-3} C$	$q_{\pm} = \pm 1 C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
	V ₁₁			
	V ₁₂			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			
	E ₁₁			
	E ₁₂			

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.6. Laborator 5 – Condensatorul plan cu două straturi orizontale de dielectric

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics
Model Class: Plane-parallel
Coordinate System: Cartesian
Length Units: Centimeters

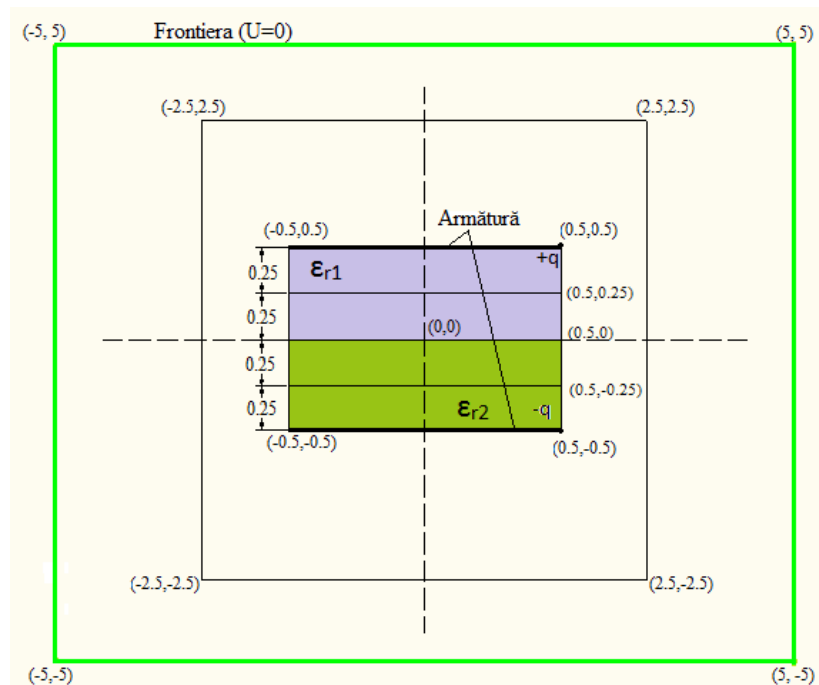


Fig. 4.17 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina pozitivă : $+q = 1\text{C}$

Sarcina negativă : $-q = -1\text{C}$

Edges:

Armătura (superioară și inferioară, reprezentate pe figură cu linie îngroșată) : floating conductor

Frontiera : $U=0$

Blocks:

Aer: $\epsilon_r = 1$ (toată suprafața necolorată din interiorul domeniului de calcul)

Dielectric 1 : $\epsilon_{r1} = 10$ (inițial ocupă $\frac{1}{2}$ din suprafața totală a dielectricului – a se vedea fig. 4.17)

Dielectric 2 : $\epsilon_{r2} = 10$ (inițial ocupă $\frac{1}{2}$ din suprafața totală a dielectricului – a se vedea fig. 4.17)

Puncte de calcul

$P_1 (0, 0)$	$P_2 (0, 0.23)$	$P_3 (0, -0.23)$	$P_4 (0, 0.27)$	$P_5 (0, -0.27)$
$P_6 (0, 0.45)$	$P_7 (0, -0.45)$	$P_8 (-2, 0)$	$P_9 (2, 0)$	$P_{10} (0, 4)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 1, 2, 4)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.5, 1, 2)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.4, 0.6, 1.5)

Test de mesh

$q = \pm 1C$ $\epsilon_{r1} = 10$ (1/2 din diel.) $\epsilon_{r2} = 10$ (1/2 din diel.)		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test de sarcină

Mesh 3 $\epsilon_{r1} = 10$ (1/2 din diel.) $\epsilon_{r2} = 10$ (1/2 din diel.)		$q = \pm 10^{-6} C$	$q = \pm 10^{-3} C$	$q = \pm 1C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			

Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test de permitivitate electrică

Mesh 3 q = ± 1C ε _{r1} = 10 (1/2 din diel.)		ε _{r2} = 1	ε _{r2} = 10	ε _{r2} = 100
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test variere permitivitate dielectric

Mesh 3 q = ± 1C ε _{r1} = 1 ε _{r2} = 100		ε _{r1} ∅ ε _{r2} ocupă 4/4 din dielectric	ε _{r1} ocupă 1/4 din dielectric ε _{r2} ocupă 3/4 din dielectric	ε _{r1} ocupă 1/2 din dielectric ε _{r2} ocupă 1/2 din dielectric	ε _{r1} ocupă 3/4 din dielectric ε _{r2} ocupă 1/4 din dielectric	ε _{r1} ocupă 4/4 din dielectric ε _{r2} ∅
Potențial el. [V]	V ₁					
	V ₂					
	V ₃					
	V ₄					
	V ₅					
	V ₆					
	V ₇					

	V ₈					
	V ₉					
	V ₁₀					
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁					
	E ₂					
	E ₃					
	E ₄					
	E ₅					
	E ₆					
	E ₇					
	E ₈					
	E ₉					
	E ₁₀					

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm raportul distribuției materialului în dielectric (testul 3.4) cum se modifică valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.7. Laborator 6 – Condensatorul plan cu două straturi verticale de dielectric

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

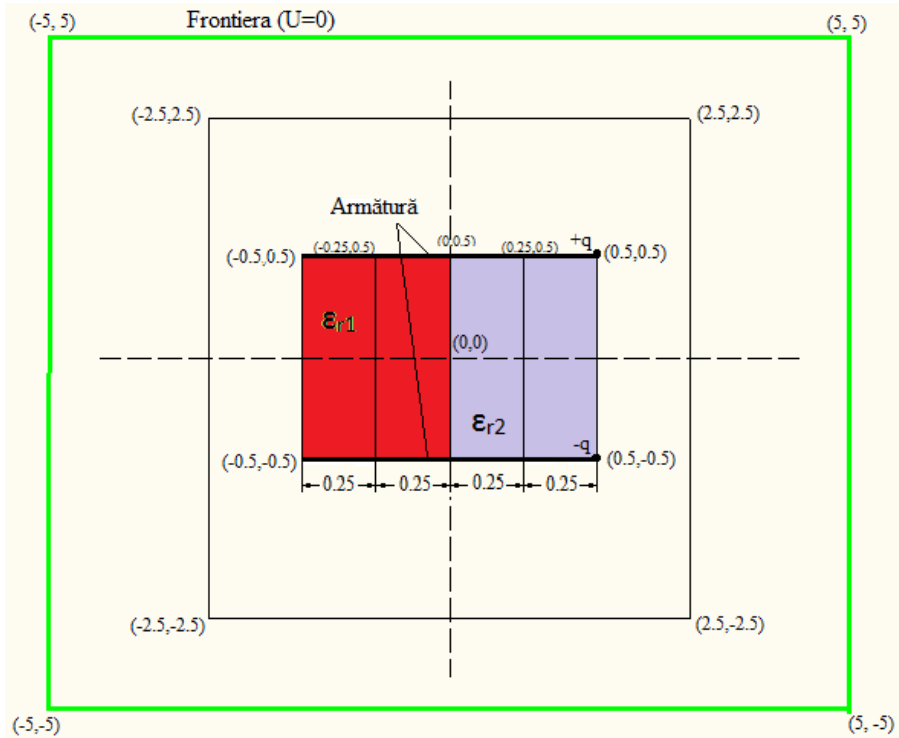


Fig. 4.18 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina pozitivă : $+q = 1\text{C}$

Sarcina negativă : $q = -1\text{C}$

Edges:

Armătura (superioară și inferioară, reprezentate pe figură cu linie îngroșată) : floating conductor

Frontiera : $U=0$

Blocks:

Aer: $\epsilon_r = 1$ (toată suprafața necolorată din interiorul domeniului de calcul)

Dielectric 1 : $\epsilon_{r1} = 10$ (inițial ocupă $\frac{1}{2}$ din suprafața totală a dielectricului – a se vedea fig. 4.18)

Dielectric 2 : $\epsilon_{r2} = 10$ (inițial ocupă $\frac{1}{2}$ din suprafața totală a dielectricului – a se vedea fig. 4.18)

Puncte de calcul

$P_1 (0, 0)$	$P_2 (0, 0.23)$	$P_3 (0, -0.23)$	$P_4 (0, 0.27)$	$P_5 (0, -0.27)$
$P_6 (0, 0.45)$	$P_7 (0, -0.45)$	$P_8 (-2, 0)$	$P_9 (2, 0)$	$P_{10} (0, 4)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 1, 2, 4)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.5, 1, 2)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.25, 0.7, 1.5)

Test de mesh

$q = \pm 1C$ $\epsilon_{r1} = 10$ (1/2 din diel.) $\epsilon_{r2} = 10$ (1/2 din diel.)		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test de sarcină

Mesh 3 $\epsilon_{r1} = 10$ (1/2 din diel.) $\epsilon_{r2} = 10$ (1/2 din diel.)		$q = \pm 10^{-6} C$	$q = \pm 10^{-3} C$	$q = \pm 1C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			

Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test de permitivitate electrică

Mesh 3 $q = \pm 1C$ $\epsilon_{r1} = 10$ (1/2 din diel.)		$\epsilon_{r2} = 1$	$\epsilon_{r2} = 10$	$\epsilon_{r2} = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
	V ₉			
	V ₁₀			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			
	E ₉			
	E ₁₀			

Test variere permitivitate dielectric

Mesh 3 $q = \pm 1C$ $\epsilon_{r1} = 1$ $\epsilon_{r2} = 100$		$\epsilon_{r1} \nabla$ ϵ_{r2} ocupă 4/4 din dielectric	ϵ_{r1} ocupă 1/4 din dielectric ϵ_{r2} ocupă 3/4 din dielectric	ϵ_{r1} ocupă 1/2 din dielectric ϵ_{r2} ocupă 1/2 din dielectric	ϵ_{r1} ocupă 3/4 din dielectric ϵ_{r2} ocupă 1/4 din dielectric	ϵ_{r1} ocupă 4/4 din dielectric $\epsilon_{r2} \nabla$
Potențial el. [V]	V ₁					
	V ₂					
	V ₃					
	V ₄					
	V ₅					
	V ₆					
	V ₇					

	V ₈					
	V ₉					
	V ₁₀					
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁					
	E ₂					
	E ₃					
	E ₄					
	E ₅					
	E ₆					
	E ₇					
	E ₈					
	E ₉					
	E ₁₀					

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivității electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm raportul distribuției materialului în dielectric (testul 3.4) cum se modifică valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.8 Laborator 7 – Condensatorul cilindric

Geometrie și date

Problem Type: Electrostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

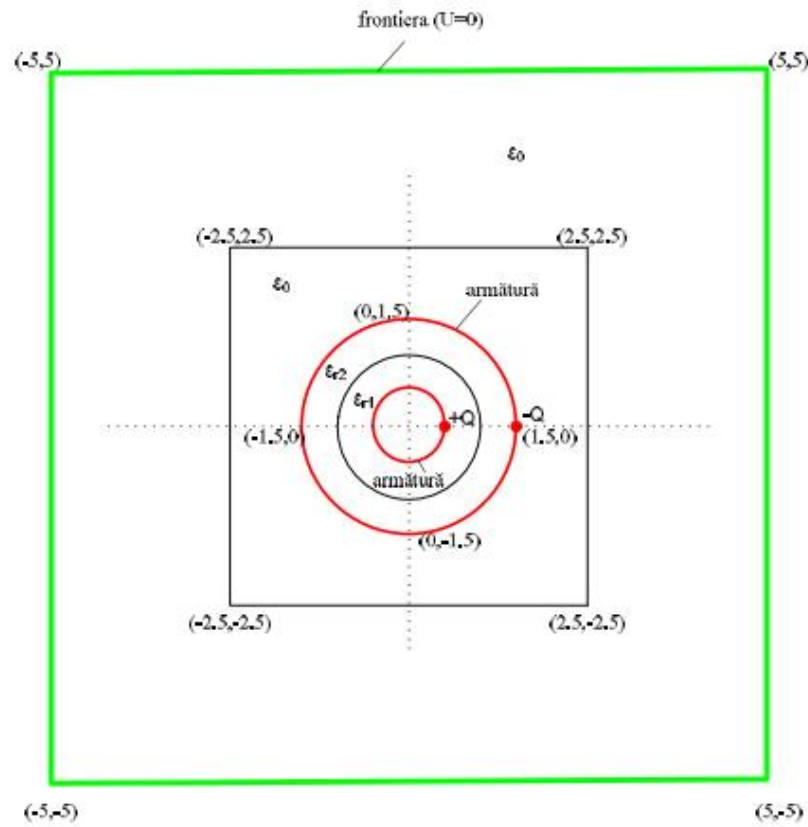


Fig. 4.19 Geometria problemei

Vertex:

Sarcina pozitivă: $+Q$

Sarcina negativă: $-Q$

Edges:

Frontiera : $U=0$

Armătură: floating conductor

Blocks:

Aer: $\epsilon_0 = 1$

Dielectric (izolator): ϵ_{r1} și ϵ_{r2}

Puncte de calcul

$P_1 (0.75; 0)$

$P_2 (1.25; 0)$

$P_3 (1.75; 0)$

$P_4 (3; 0)$

$P_5 (0; 0.75)$

$P_6 (0; 1.25)$

$P_7 (0; 1.75)$

$P_8 (0; 3)$

Tabele cu rezultate

Observație:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 1, 2, 4)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 0.5, 1, 2)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 0.4, 0.65, 1.5)

Test de mesh

$Q = \pm 1C$ $\epsilon_0 = 1$ $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₃			
	V ₆			
	V ₈			
Intens. cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₃			
	E ₆			
	E ₈			

Test pentru dielectric

<i>Mesh 3</i> $Q = \pm 1C$ $\epsilon_0 = 1$ $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$		$\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 1$	$\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 10$	$\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			

Test de sarcină

Mesh 3 $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 10$ $\epsilon_0 = 1$		$Q_{\pm} = \pm 10^{-6} C$	$Q_{\pm} = \pm 10^{-3} C$	$Q_{\pm} = \pm 1 C$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			

Test de permeabilitate

Mesh 3 $\epsilon_{r1} = 1, \epsilon_0 = 1$ $Q_{\pm} = \pm 1 C$		$\epsilon_{r2} = 1$	$\epsilon_{r2} = 10$	$\epsilon_{r2} = 100$
Potențial el. [V]	V ₁			
	V ₂			
	V ₃			
	V ₄			
	V ₅			
	V ₆			
	V ₇			
	V ₈			
Intensitatea cp. el. [V/m]	E ₁			
	E ₂			
	E ₃			
	E ₄			
	E ₅			
	E ₆			
	E ₇			
	E ₈			

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. Cum influențează creșterea valorii sarcinii electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
4. În ce mod influențează creșterea permitivităților electrice valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
5. Dacă modificăm doar una din permeabilități (ϵ_r) cum se modifică valorile intensității câmpului electric și ale potențialului electric?
6. Observați forma liniilor de câmp și a liniilor de potențial, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.9 Problemă rezolvată de magnetostatică

Geometrie și date

La fel ca în cazul problemelor de tip electrostatic deschidem programul: **Start/Tera Analysis/QuickFieldStudent** și din meniul **File** alegem **New Problem**. Alegem un nume sugestiv pentru problemă și alegem folderul unde dorim să salvăm problema. Se va crea astfel fișierul ***.pbm**. Apăsăm pe butonul **next** și se deschide o fereastră de unde se pot alege parametrii problemei – figura 4.20.

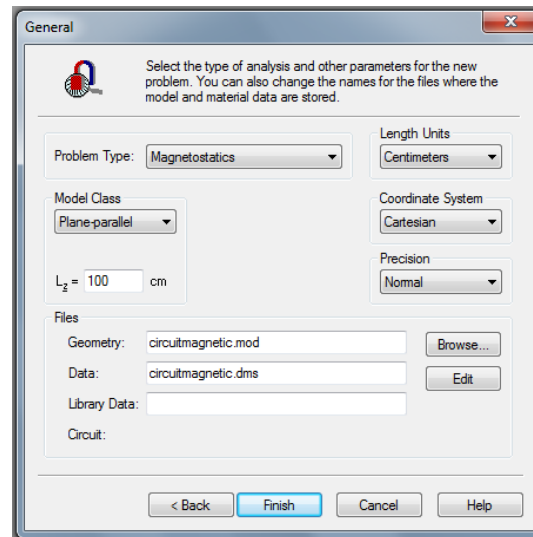


Fig. 4.20 Introducere parametrii

Modificăm următorii parametri, restul rămânând neschimbați:

Problem Type: Magnetostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

Se observă că programul creează încă două fișiere: ***.mod** (fișier ce conține modelul geometric) și ***.des** (fișier ce conține datele de material). Apasăm butonul **Finish**.

Acum putem crea geometria problemei. Pentru a realiza acest lucru prima dată trebuie să introducem nodurile (**Edit/Add Vertices** și se introduc coordonatele fiecărui punct).

Am ales spre exemplificare, un circuit magnetic simplu format dintr-o bară din material feromagnetic în jurul căreia avem o bobină parcursă de curent electric – figura 4.21.

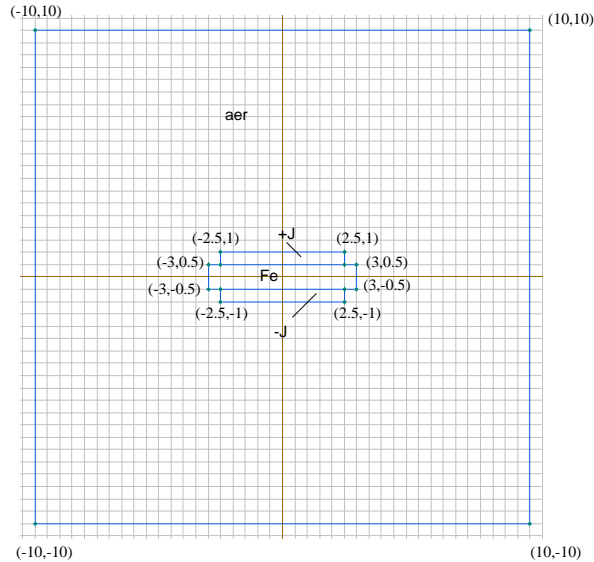


Fig. 4.21. Geometria problemei

După ce este realizată toată geometria trebuie definite proprietățile.

Astfel se selectează punctul, linia sau blocul dorit, se apasă click dreapta, se selectează **Properties** și unde apare **Label** se introduce numele dorit: frontiera, fier, +J, -J, aer – figura 4.21.

În partea stângă a ferestrei de lucru apare fiecare denumire aleasă – figura 4.22. Pentru a termina definirea proprietăților se alege fiecare label în parte (dublu click) și se introduc datele dorite:

Edges:

Frontiera : $A=0$

Blocks:

Aer: $\mu_r = 1$

Fier : $\mu_r = 10^3$

$J_+ : \mu_r = 1, J = \frac{i}{A_{bobină}}$, unde $A_{bobină} = 0.5\text{cm} * 5\text{cm} = 2.5 * 10^{-4} \text{m}^2$

$J_- : \mu_r = 1, J = - \frac{i}{A_{bobină}}$.

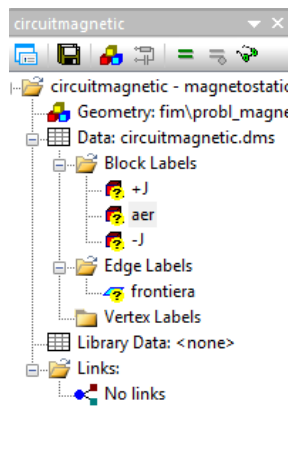


Fig. 4.22. Etichetele materialelor

Observatie. Când se introduc proprietățile pentru bobină (J+, respectiv J-) trebuie precizată și completată valoarea densității de curent $J = \frac{i}{A_{\text{bobină}}}$.

De exemplu pentru un curent $i = 1\text{A}$ și $A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} * 5\text{cm} = 2.5 * 10^{-4}\text{ m}^2$ valoarea densității de curent este $J = 4000\text{ A/m}^2$ pentru block J+ și $J = -4000\text{ A/m}^2$ pentru block J-.

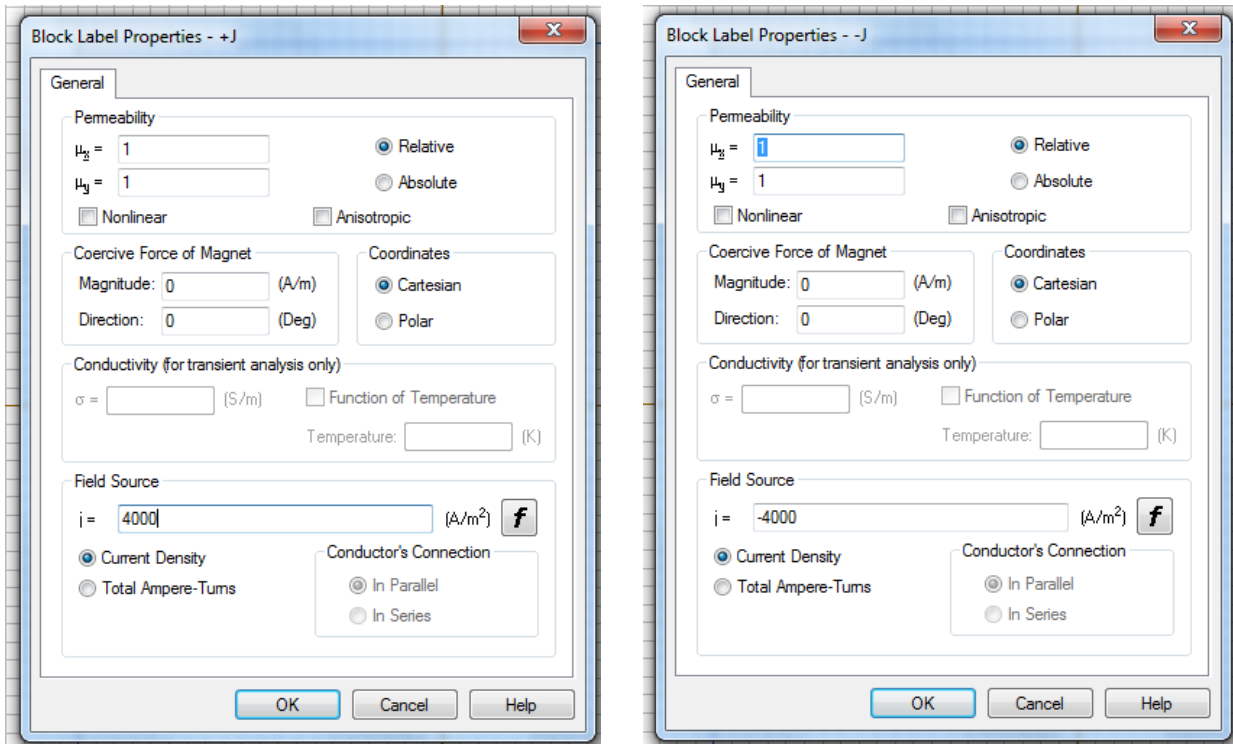



Fig. 4.23 Introducerea densității de curent

Înainte de a rezolva problema, trebuie să facem mesh-ul. Pentru început vom alege un mesh automat: **Edit/Build mesh/ In all blocks** sau apăsând . Obținem mesajul – figura 4.24.

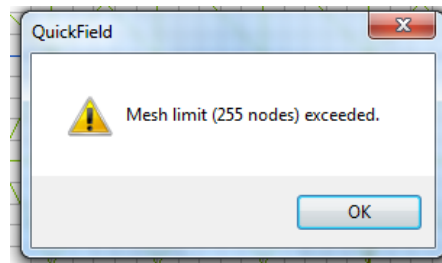


Fig. 4.24 Mesaj mesh automat

În acest caz, programul nu poate face o rețea de discretizare automată și vom alege astfel un spacing manual – figura 4.25.

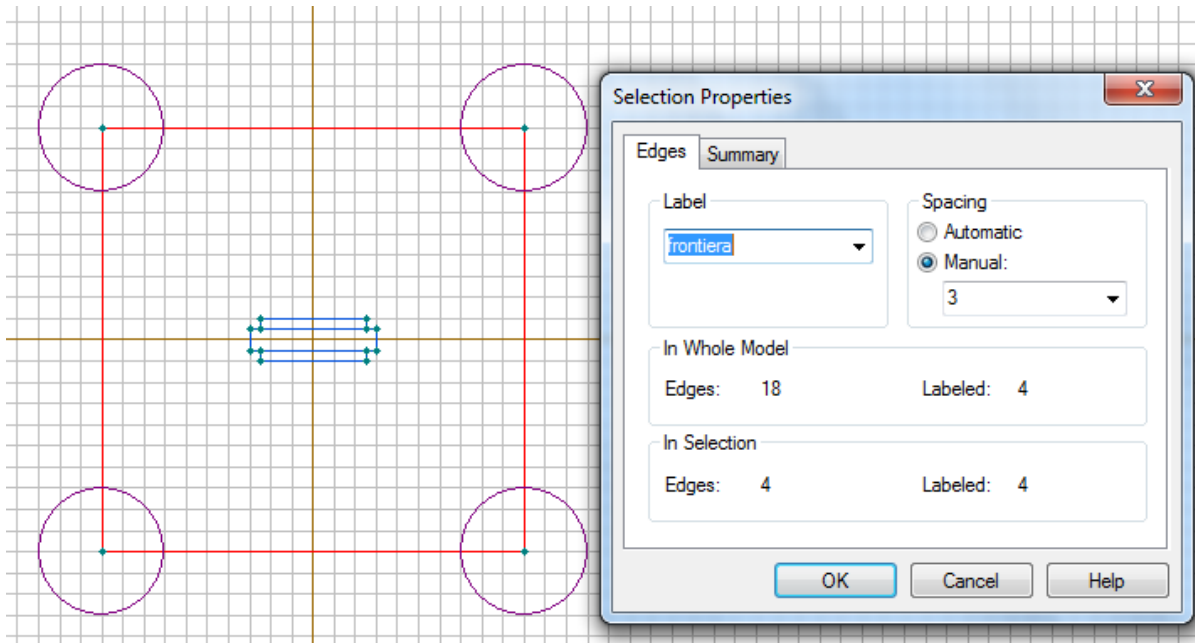


Fig. 4.25 Selectare spacing

În acest caz, rețeaua de discretizare devine – figura 4.26

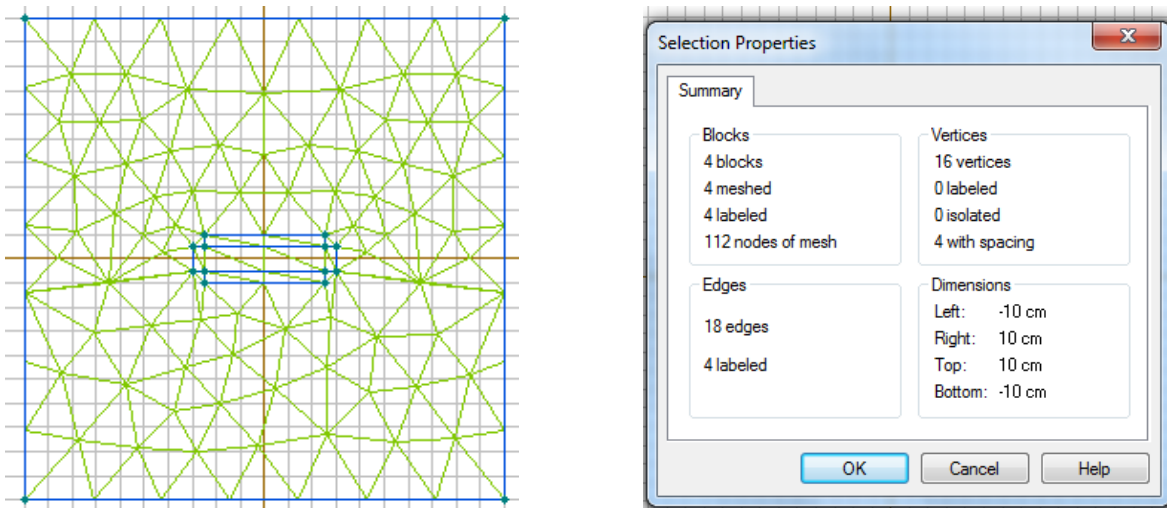


Fig. 4.26 Mesh

Pentru a rezolva problema – **Problem/Solve** sau direct apăsând butonul . Apare mesajul – figura 4.27:

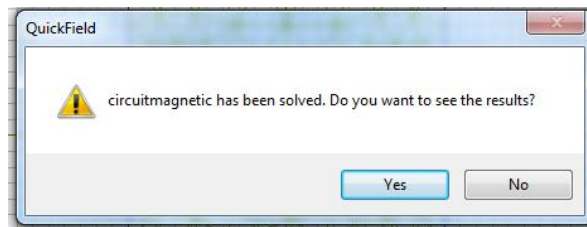


Fig. 4.27 Mesaj rezolvare problemă

Puncte de calcul

Se aleg câteva puncte de calcul:

$P_1 (9.5; 0)$

$P_2 (0; 0)$

$P_3 (3; 0)$

$P_4 (-9.5; 0)$

$P_5 (-3; 0)$

$P_6 (0; 3)$

Analiza rezultatelor

În figura 4.28 sunt prezentate liniile câmpului magnetic.

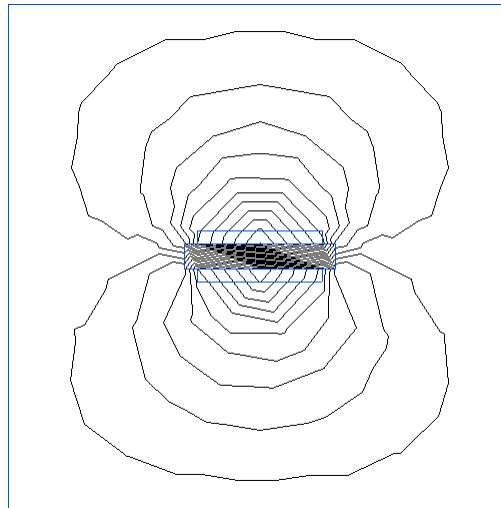



Fig. 4.28 Liniile câmpului magnetic

Se deschide din **Toolbar** poziția **View**; se alege **Local Values**, sau de apasă pe butonul , fapt care deschide o nouă fereastră unde găsiți **!Click the point to display the field values.** Revenind pe fereastra care reprezintă soluția grafică a problemei, apăsând click în poziția dorită (coordonatele sunt afișate, în funcție de poziția cursorului mutat cu Mouse-ul) stabilim punctul unde dorim să fie afișate rezultatele. O altă modalitate este de a introduce coordonatele punctelor de calcul – figura 4.29.

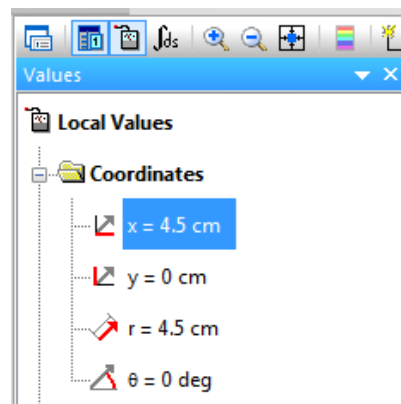


Fig. 4.29 Introducerea coordonatelor punctelor de calcul

În figura 4.30 sunt prezentate a) harta inducției câmpului magnetic și b) harta intensității câmpului magnetic.

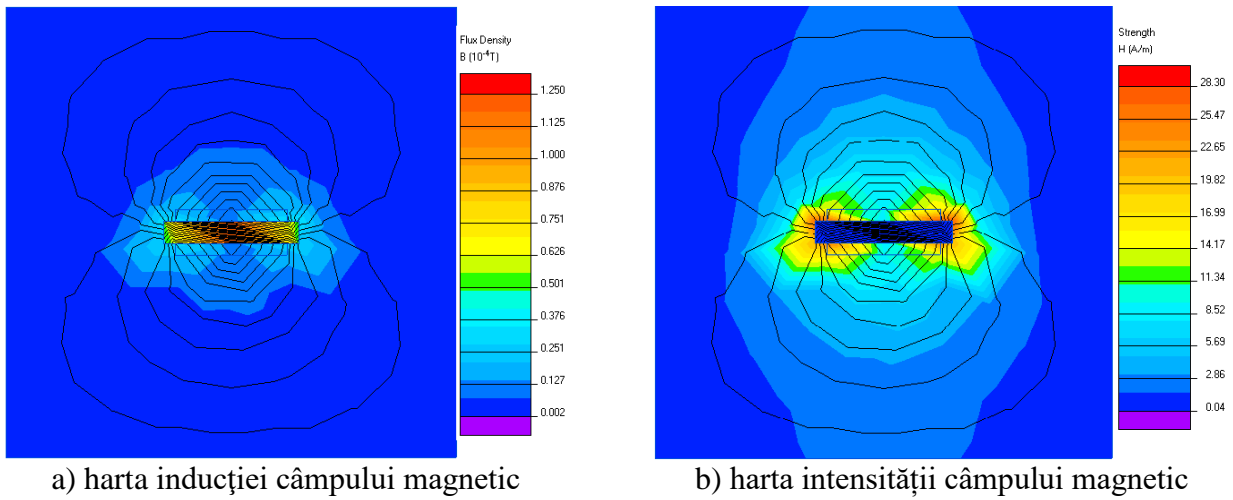


Fig. 4.30 Hărți de rezultate

4.10 Laborator 8 – Circuit magnetic simplu

Geometrie și date

Problem Type: Magnetostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

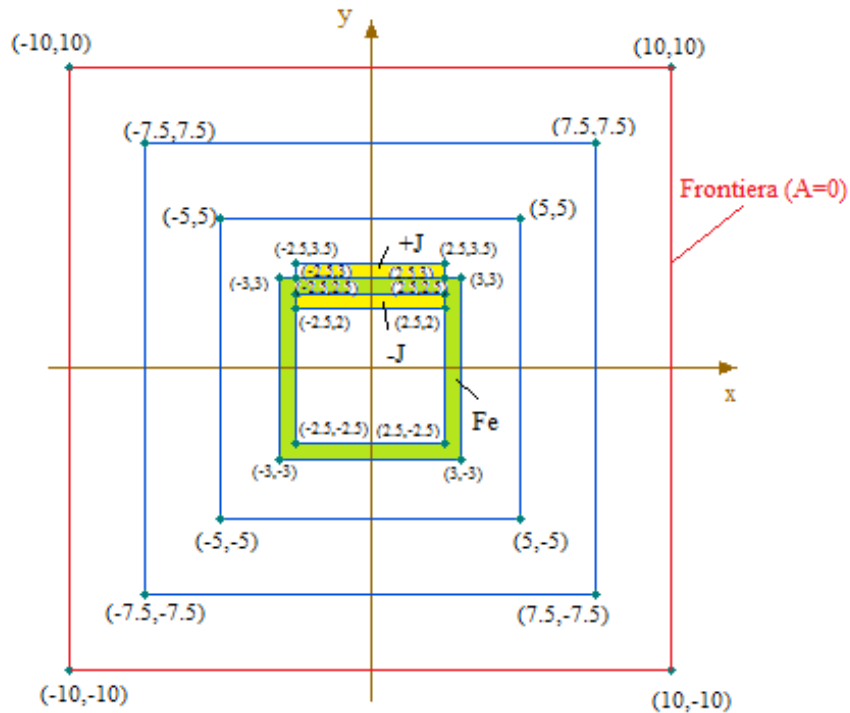


Fig. 4.31 Geometria problemei

Edges:

Frontiera : $A=0$

Blocks:

Aer: $\mu_r = 1$

Fier : $\mu_r = 10^3$

$J+$: $\mu_r = 1$, $J = \frac{i}{A_{\text{bobină}}}$, unde $A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

$J-$: $\mu_r = 1$, $J = -\frac{i}{A_{\text{bobină}}}$. Atenție, când se introduc proprietățile pentru bobină ($J+$, respectiv $J-$)

trebuie precizată și completată valoarea densității de curent $J = \frac{i}{A_{\text{bobină}}}$. De exemplu pentru un curent $i = 0.1\text{A}$ și $A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ valoarea densității de curent este $J = 400 \text{ A/m}^2$ pentru block $J+$ și $J = -400 \text{ A/m}^2$ pentru block $J-$.

Puncte de calcul

P₁ (4.5; 0) P₂ (2.75; 0) P₃ (0; 0) P₄ (-2.75; 0)
P₅ (-4.5; 0) P₆ (0; 2.75) P₇ (0; -2.75)

Tabele cu rezultate

Observatie:

Mesh 1 are aproximativ 50 de noduri (Spacing manual 3, 5, 7)

Mesh 2 are aproximativ 100 de noduri (Spacing manual 1.7, 4, 6)

Mesh 3 are aproximativ 200 de noduri (Spacing manual 1.1, 3, 4)

Test de mesh

$\mu_{r_aer}=1$, $\mu_{r_fier}=10^3$ $i = 1A$		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			

Test de permeabilitate

$\mu_{r_aer}=1$ $i = 1A$		$\mu_{r_fier}=10$	$\mu_{r_fier}=10^3$	$\mu_{r_fier}=10^7$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			

Test al variației densității de curent

$\mu_{r_aer}=1$ $\mu_{r_fier}=10^3$		$i = 0.01 \text{ A}$	$i = 0.1 \text{ A}$	$i = 1 \text{ A}$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. În ce mod influențează creșterea permeabilității magnetice valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
4. Cum influențează creșterea curentului valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
5. Observați forma liniilor de câmp, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.

4.11 Laborator 9 – Circuit magnetic cu întrefier

Geometrie și date

Problem Type: Magnetostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

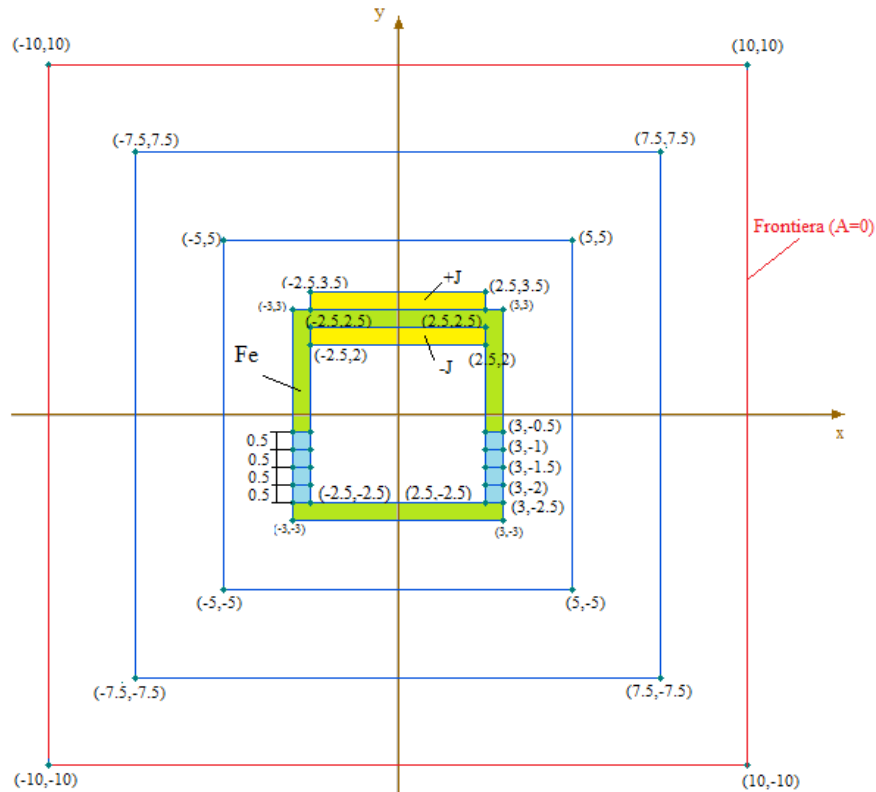


Fig. 4.32 Geometria problemei

Edges:

Frontiera : $A=0$

Blocks:

Aer: $\mu_r = 1$

Fier : $\mu_r = 10$

Întrefier (δ): $\mu_r = 1$

J_+ : $\mu_r = 1, J = \frac{i}{A_{\text{bobină}}}$, unde $A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} * 5\text{cm} = 2.5 * 10^{-4} \text{m}^2$

J_- : $\mu_r = 1, J = - \frac{i}{A_{\text{bobină}}}$

Puncte de calcul

$P_1(0; 2.75)$ $P_2(0; -2.75)$ $P_3(2.75; -0.75)$ $P_4(2.75; -1.25)$ $P_5(2.75; -1.75)$

$P_6(2.75; -2.25)$ $P_7(-2.75; -0.75)$ $P_8(-2.75; -1.25)$ $P_9(-2.75; -1.75)$ $P_{10}(-2.75; -2.25)$

Tabele cu rezultate

Observatie:

Să se aleagă spacing-urile manual, astfel încât să se obțină un mesh de aproximativ 200 de noduri.

Test de permeabilitate

$\mu_{r_aer} = 1$, $\mu_{r_\delta} = 1$ $i = 1A$		$\mu_{r_fier} = 10$	$\mu_{r_fier} = 10^3$	$\mu_{r_fier} = 10^7$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
	B ₈			
	B ₉			
	B ₁₀			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			
	H ₈			
	H ₉			
	H ₁₀			

Test al variației densității de curent

$\mu_{r_aer} = 1$, $\mu_{r_\delta} = 1$ $\mu_{r_fier} = 10^3$		$i = 0.01A$	$i = 0.1A$	$i = 1A$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
	B ₈			
	B ₉			
	B ₁₀			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			

	H ₆			
	H ₇			
	H ₈			
	H ₉			
	H ₁₀			

Test pentru întrefier

$\mu_{r_aer}=1, \mu_{r_\delta}=1$ $\mu_{r_fier}=10^3, i=1A$		$\delta = \delta - 1/4$	$\delta = \delta - 2/4$	$\delta = \delta - 3/4$	$\delta = \delta - 4/4$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁				
	B ₂				
	B ₃				
	B ₄				
	B ₅				
	B ₆				
	B ₇				
	B ₈				
	B ₉				
	B ₁₀				
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁				
	H ₂				
	H ₃				
	H ₄				
	H ₅				
	H ₆				
	H ₇				
	H ₈				
	H ₉				
	H ₁₀				

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
2. Cum influențează creșterea numărului de noduri (un mesh mai fin) rezultatele obținute? Care este explicația?
3. În ce mod influențează creșterea permeabilității magnetice valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
4. Cum influențează creșterea curentului valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
5. Observați forma liniilor de câmp, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.
6. În ce mod influențează creșterea întrefierului valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic? Este de preferat un întrefier mic sau mare?

4.12 Laborator 10 – Circuit magnetic cu două bobine

Geometrie și date

Problem Type: Magnetostatics

Model Class: Plane-parallel

Coordinate System: Cartesian

Length Units: Centimeters

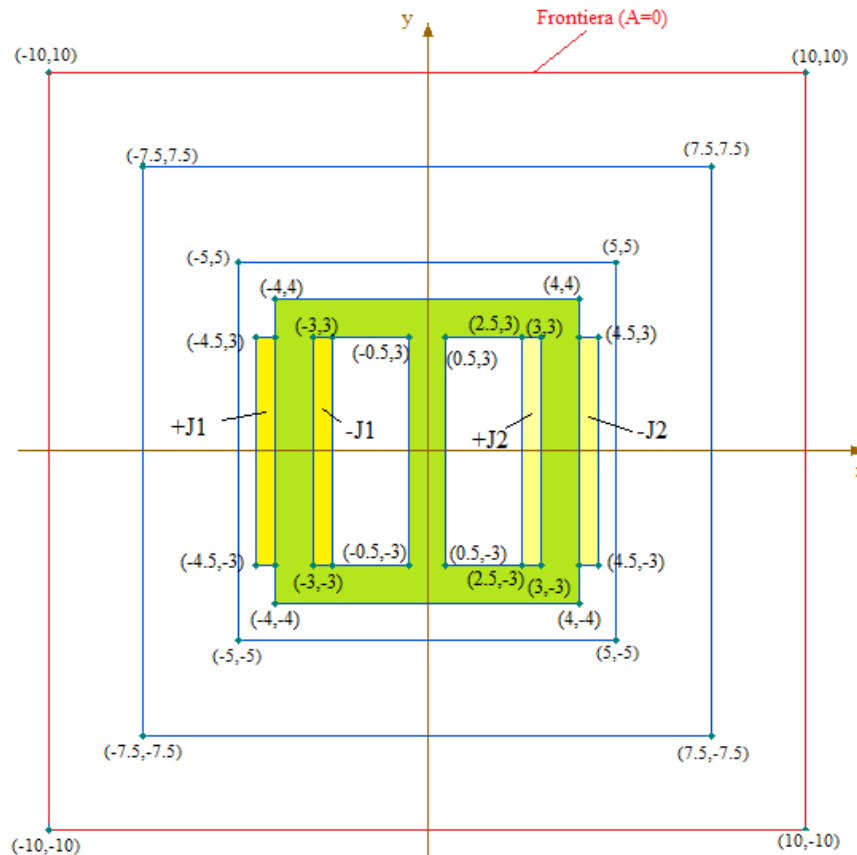


Fig. 4.33 Geometria problemei

Edges:

Frontiera : $A=0$

Blocks:

Aer: $\mu_r = 1$

Fier : $\mu_r = 10^3$

$$J_{1+} : \mu_r = 1, J = \frac{i_1}{A_{\text{bobină}}}, \text{ unde } A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} * 5\text{cm} = 2.5 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$J_{1-} : \mu_r = 1, J = - \frac{i_1}{A_{\text{bobină}}}$$

$$J_{2+} : \mu_r = 1, J = \frac{i_2}{A_{\text{bobină}}}, \text{ unde } A_{\text{bobină}} = 0.5\text{cm} * 5\text{cm} = 2.5 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$J_{2-} : \mu_r = 1, J = - \frac{i_2}{A_{\text{bobină}}}$$

Puncte de calcul

$P_1 (0 ; -3.5)$ $P_2 (0; 0)$ $P_3 (0; 3.5)$ $P_4 (-3.5; 0)$ $P_5 (3.5; 0)$
 $P_6 (-3.5; 3.5)$ $P_7 (-3.5; -3.5)$ $P_8 (3.5; 3.5)$ $P_9 (3.5; -3.5)$

Tabele cu rezultate

Observatie:

Să se aleagă spacing-urile manual, astfel încât să se obțină un mesh de aproximativ 200 de noduri.(sugestie: Spacing manual 1, 5, 8)

Test de permeabilitate

$\mu_{r_aer}= 1$, $i_1 = i_2 = 1A$		$\mu_{r_fier}= 10$	$\mu_{r_fier}= 10^3$	$\mu_{r_fier}= 10^7$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
	B ₈			
	B ₉			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			
	H ₈			
	H ₉			

Test al variației densității de curent J₁

$\mu_{r_aer}= 1$, $\mu_{r_fier}= 10^3$ $i_1 = 0.01A$		$i_2 = 0.01A$	$i_2 = 0.1A$	$i_2 = 1A$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
	B ₈			
	B ₉			
Intensita tea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			

	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			
	H ₈			
	H ₉			

Test al variației densității de curent J₂

$\mu_{r_aer}=1$, $\mu_{r_fier}=10^3$ $i_2 = 0.01A$		$i_1 = 0.01A$	$i_1 = 0.1A$	$i_1 = 1A$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁			
	B ₂			
	B ₃			
	B ₄			
	B ₅			
	B ₆			
	B ₇			
	B ₈			
	B ₉			
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁			
	H ₂			
	H ₃			
	H ₄			
	H ₅			
	H ₆			
	H ₇			
	H ₈			
	H ₉			

Test al variației densității de curent – schimbarea polarității bobinelor

$\mu_{r_aer}=1$, $\mu_{r_fier}=10^3$ $ i_1 = i_2 =0.01A$		$i_1 = 0.01A$ $i_2 = 0.01A$	$i_1 = -0.01A$ $i_2 = 0.01A$	$i_1 = 0.01A$ $i_2 = -0.01A$	$i_1 = -0.01A$ $i_2 = -0.01A$
Inducția cp. magnetic B [T]	B ₁				
	B ₂				
	B ₃				
	B ₄				
	B ₅				
	B ₆				
	B ₇				
	B ₈				
	B ₉				
Intensitatea cp. magnetic H [A/m]	H ₁				
	H ₂				
	H ₃				
	H ₄				
	H ₅				
	H ₆				
	H ₇				
	H ₈				
	H ₉				

Interpretarea rezultatelor

1. În ce regiuni se obțin valori mai mari ale intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
2. În ce mod influențează creșterea permeabilității magnetice valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
3. Cum influențează creșterea curentului i_1 valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
4. Cum influențează creșterea curentului i_2 valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?
5. Observați forma liniilor de câmp, precum și orientarea lor față de frontiera domeniului. Formulați concluzii.
6. În ce mod influențează schimbarea polarității bobinei valorile intensității câmpului magnetic și ale inducției câmpului magnetic?

5. PROBLEME PROPUSE

În acest capitol sunt prezentate câteva probleme propuse, atât de electrostatică cât și de magnetostatică.

5.1. Probleme propuse de electrostatică

5.1.1. Fir încărcat cu sarcină electrică

Model geometric

- Sarcina este amplasată în origine – punctul de coordonate (0, 0)
- Firul are o lungime de 5 cm
- Sarcina și firul sunt înconjurate de o frontieră de potențial nul

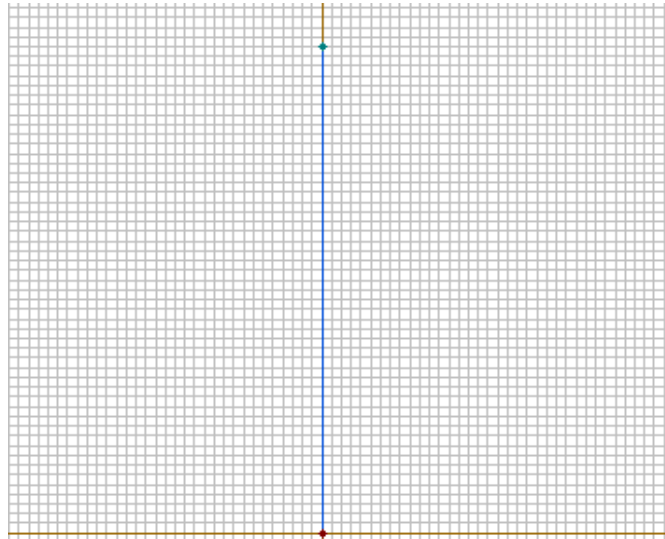


Fig. 4.34 Geometria problemei

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- Sarcina electrică este egală cu 1C
- Firul este de tip Floating conductor
- Ansamblul este plasat în aer

Punctele de calcul:

$P_1(0,0)$, $P_2(0, 2.5)$, $P_3(0, 5)$, $P_4(0, -2.5)$, $P_5(0,-5)$

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh1 - cca 50 noduri, Mesh 2 - cca 100 noduri, Mesh 3 - cca 200 noduri)
- testul de variație a sarcinii $Q= 10^{-9}C, Q= 10^{-3}C, Q=1C, Q= 1000C$
- test pentru polaritatea sarcinii $Q=1C, Q= -1C$

5.1.2. Simularea interacțiunii dintre două conductoare încărcate cu sarcină electrică, amplasate simetric în interiorul unui izolator

Model geometric

- Fiecare conductor este amplasat la 10 mm de origine, având un diametru de 140 mm.
- Grosimea izolatorului (distanța dintre marginea conductorului și a izolatorului) este de 30 mm.
- Sarcinile sunt plasate în punctele de coordonate (-150, 0) și (150, 0).
- Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul.

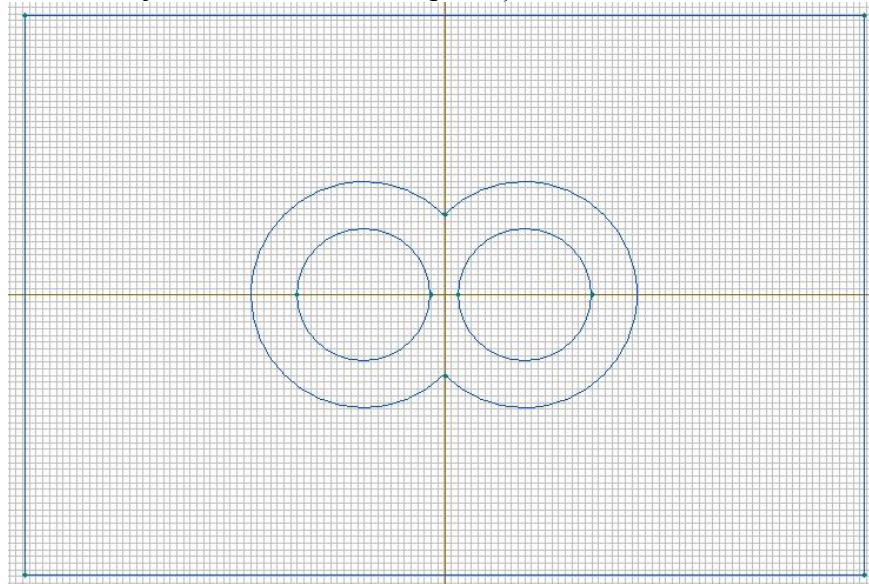


Fig. 4.35 Geometria problemei

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- Sarcină electrică egală $Q_1=Q_2=1C$
- Permitivitatea relativă a izolatorului este 10.

Punctele de calcul:

P1(0,0), P2(165,0), P3(-165,0), P4(0,50), P5(0,-50) – în izolator
P5(-80,0) – în centrul conductorului stâng
P6(80,0) – în centrul conductorului drept
P7(220,0), P8(-220,0), P9(0,90), P5(0,-90) - în aer

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh1 - cca 50 noduri, Mesh 2 - cca 100 noduri, Mesh 3 - cca 200 noduri)
- testul de permitivitate a izolatorului (1, 10,100)
- testul de variație a celor 2 sarcini $Q_1=1C, Q_2= 10^{-9}, 10^{-3}, 1, 1000$
 $Q_1=1C, Q_2= -10^{-9}, -10^{-3}, -1, -1000$.

5.1.3. Simularea interacției dintre două conductoare încărcate, tip “furcă”, intercalate cu cinci blocuri izolatoare egale

Model geometric

Cele 2 conductoare în formă de furcă sunt indentice și asezate intercalat, cel din stânga între -45 și 30 pe Ox, respectiv -25 și 15 pe Oy, iar cel din dreapta între -30 și 45 pe Ox, respectiv -12 și 25 pe Oy .

Lungimile segmentelor orizontale sunt de 75 mm iar distanța dintre ele este de 20 mm. Intercalarea se face astfel încât distanța dintre părțile intercalate să fie de 10 mm. Pe spațiile de intercalare se află plasate 5 blocuri dielectrice de 5 mm grosime și 60 mm lungime, egal depărtate de conductoare și simetric asezate în raport cu originea, pe Ox.

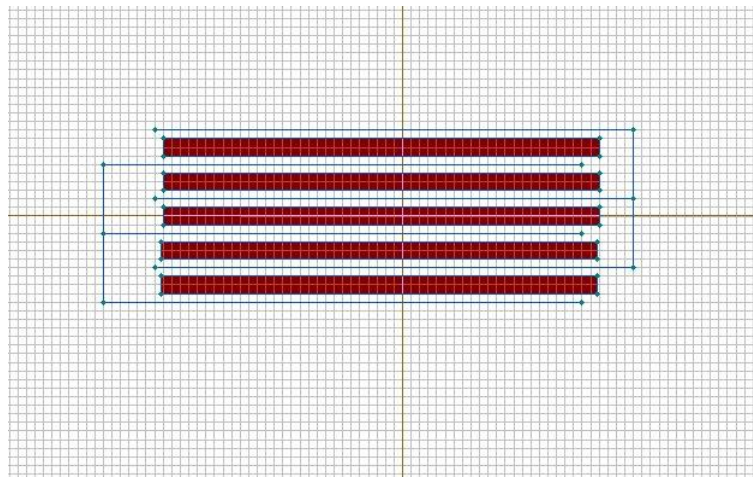


Fig. 4.36 Geometria problemei

- Sarcinile sunt plasate în punctele de coordonate (-45 , -5) și (45 , 5).
- Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul.

Condiții initiale pentru testarea mesh-ului:

- Sarcina electrică $Q_s = -1C$, $Q_d = 1C$
- Permitivitatea relativă a izolatoarelor este 10.

Punctele de calcul:

P0(0,0), P1(0,10), P2(0,20), P3(0,30), P4(0,-10), P5(0,-20), P6(0,-30), P7(-35,0), P8(35,0)

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh1 - cca 50 noduri, Mesh 2 - cca 100 noduri, Mesh 3 - cca 200 noduri)
- testul de permitivitate a izolatoarelor (1, 10,100)
- testul de variație a celor 2 sarcini :
 - 1) $Q_s = - 10^{-9}C$ $Q_d = 10^{-9}C$,
 - 2) $Q_s = - 10^{-3}C$ $Q_d = 10^{-3}C$,
 - 3) $Q_s = - 1C$, $Q_d = 1C$.

5.1.4. Pacman

Model geometric

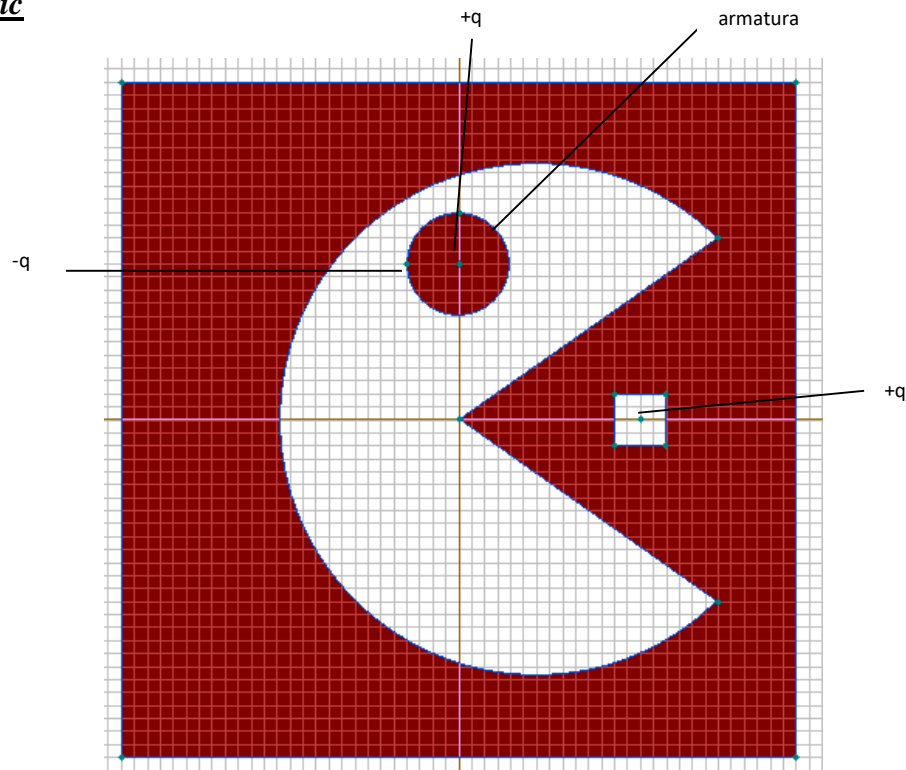


Fig. 4.37 Geometria problemei

- Sarcinile sunt plasate în punctele de coordonate (7,0), (0,6) și (-2,6).
- Sarcina pozitivă $+q=1C$ și sarcina negativă $-q=-1C$.
- Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul, amplasată la o distanță de 13 cm

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- $+q=1C, -q=-1C$
- Permitivitatea relativă este 1.

Punctele de calcul:

$P_1 (0; 0)$	$P_5 (-2; 5)$	$P_9 (-4.5; -4.5)$
$P_2 (1; 0)$	$P_6 (5; 0)$	$P_{10} (-5; -5)$
$P_3 (0; 3)$	$P_7 (6; 0)$	
$P_4 (4; 0)$	$P_8 (6; 1)$	

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh1 - cca 50 noduri, Mesh 2 - cca 100 noduri, Mesh 3 - cca 200 noduri)
- testul de permitivitate (1, 10,100)
- testul de variație a celor două sarcini : 1) $q_-=-10^{-6}C$ $q_+=10^{-6}C$

5.1.5. Pereche de conductoare cilindrice concentrice

Model geometric

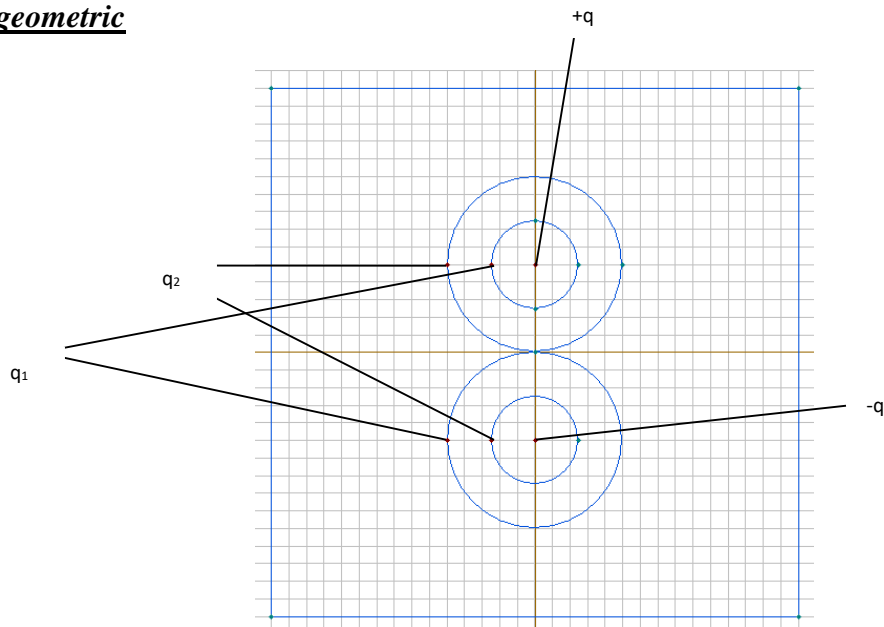


Fig. 4.38 Geometria problemei

- Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul, amplatată la o distanță de 13 cm

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- $+q=1C, -q=-1C, q_1=q_2=1C$
- Permitivitatea relativă este 10.

Punctele de calcul:

$P_1(0, 0)$ $P_2(0, 0.23)$ $P_3(0, -0.23)$ $P_4(0, 0.27)$ $P_5(0, -0.27)$
 $P_6(0, 0.45)$ $P_7(0, -0.45)$ $P_8(-2, 0)$ $P_9(2, 0)$ $P_{10}(0, 4)$

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh1 - cca 50 noduri, Mesh 2 - cca 100 noduri, Mesh 3 - cca 200 noduri)
- testul de variație a sarcinilor
- testul de permitivitate

5.2. Probleme propuse magnetostatică

5.2.1. Circuit magnetic cu patru coloane și două bobine

Model geometric

Cele două bobine sunt indentice și așezate în capete, cea din stânga între -8.5 și -8 (latura de dus) și -7 și -6.5 (latura de întors) pe Ox, respectiv -4 și -7 pe Oy, iar cea din dreapta între 6.5 și 7 (latura de dus) și 8 și 8.5 (latura de întors) pe Ox, respectiv 4 și 7 pe Oy.

Lungimea celor doi electromagneți de tip E este de 16 cm iar lățimea de 10 cm.

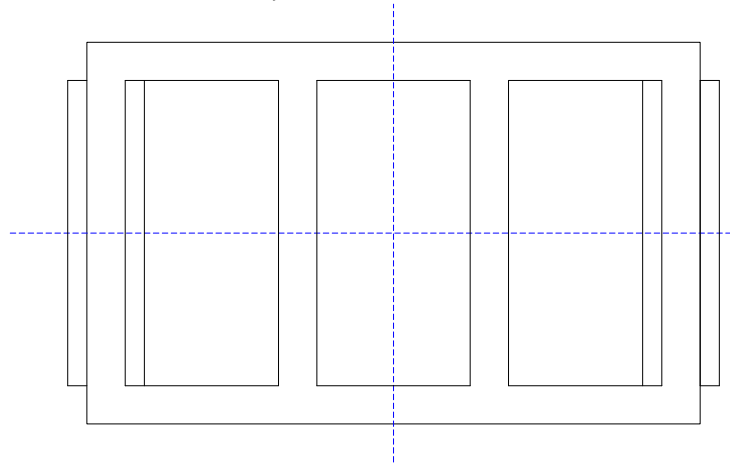


Fig. 4.39 Geometria problemei

- Bobina din stânga are 16 spire și este parcursă de un curent $i_1 = 1A$ iar bobina din dreapta are 32 de spire și este parcursă de un curent $i_2 = 1A$.
- Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul, amplasată la o distanță de 25 cm.

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

$$\begin{aligned} - i_1 &= 1A, i_2 = 1A (\pm J_1 = 4 * 10^4 A/m^2 ; \pm J_2 = 8 * 10^4 A/m^2) \\ - \mu_r &= 1000 \text{ pentru fier, } \mu_o = 1 \text{ pentru aer} \end{aligned}$$

Punctele de calcul:

$P_0(0,0)$, $P_1(-5,4.5)$, $P_2(-7.5,0)$, $P_3(-5,-4.5)$, $P_4(-25,0)$, $P_5(0,4.5)$, $P_6(0,-4.5)$, $P_7(25,0)$, $P_8(5,4.5)$, $P_9(7.5,0)$, $P_{10}(5,-4.5)$.

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh - cca 200 noduri)
- testul de permeabilitate magnetică ($\mu_r = 100, \mu_r = 10^4, \mu_r = 10^9$)
- test al variației densității de curent J_1 ($i_2 = 1A, \mu_r = 10^6, i_1 = 10^{-4}A, i_1 = 10^{-2}A, i_1 = 1A$)
- test al variației densității de curent J_2 ($i_1 = 1A, \mu_r = 10^6, i_2 = 10^{-4}A, i_2 = 10^{-2}A, i_2 = 1A$)
- test al variației densității de curent – schimbarea polarității bobinelor

5.2.2. Circuit magnetic cu 3 întrefieruri și coloană centrală mobilă

Model geometric

Electromagnetul este format din trei regiuni, de materiale diferite (μ_{r1} , μ_{r2} , μ_{r3}), având o lungime de 17 cm și o lățime de 10 cm.

Bobina este așezată în mijloc, pe porțiunea de material cu μ_{r1} . Aceasta are o grosime de 0,5 cm, o înălțime de 4 cm, un număr de spire $N=8$ și este parcursă de un curent $i=0,1$ A.

Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul.

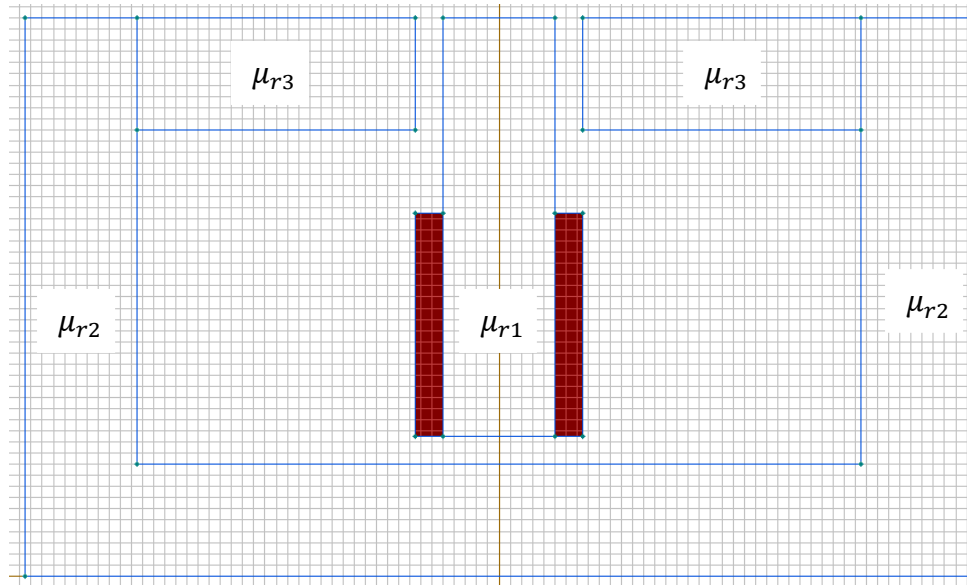


Fig. 4.40 Geometria problemei

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- $i = 0,1\text{A}$ ($\pm J = 4 * 10^3 \text{A/m}^2$)
- $\mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = \mu_0 = 1$

Punctele de calcul

$P_0(0,0)$, $P_1(-4,9)$, $P_2(-1.25,9)$, $P_3(-0.5,9)$, $P_4(-0.5,1)$, $P_5(0,5)$, $P_6(0,2.25)$, $P_7(4,9)$, $P_8(0.5,9)$, $P_9(1.25,9)$, $P_{10}(0.5,1)$.

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh - cca 200 noduri)
- testul de permeabilitate magnetică ($i = 0,1 \text{ A}$, $\mu_{r1} = 10^6$, $\mu_{r2} = \mu_{r3} = 10^2, 10^4, 10^6$)
- testul de permeabilitate magnetică ($i = 0,1 \text{ A}$, $\mu_{r2} = \mu_{r3} = 10^6$, $\mu_{r1} = 10^2, 10^4, 10^6$)
- test al variației densității de curent ($\mu_{r1} = \mu_{r2} = \mu_{r3} = 10^6$; $i = 10^{-3} \text{ A}, 10^{-1} \text{ A}, 10 \text{ A}$)

5.2.3. Circuit magnetic de tip C cu două bobine și două întrefieruri

Model geometric

Circuitul magnetic este format din două regiuni, de materiale diferite (μ_{r1} , μ_{r2}), având o lungime de 11 cm și o lățime de 11 cm.

Cele două bobine sunt așezate una sus și cealaltă jos, pe porțiunea de material cu μ_{r1} . Acestea au o grosime de 0,5 cm, o lățime de 4 cm și ambele sunt parcurse de un curent $i = 1$ A.

Ansamblul este înconjurat de o frontieră de potențial nul.

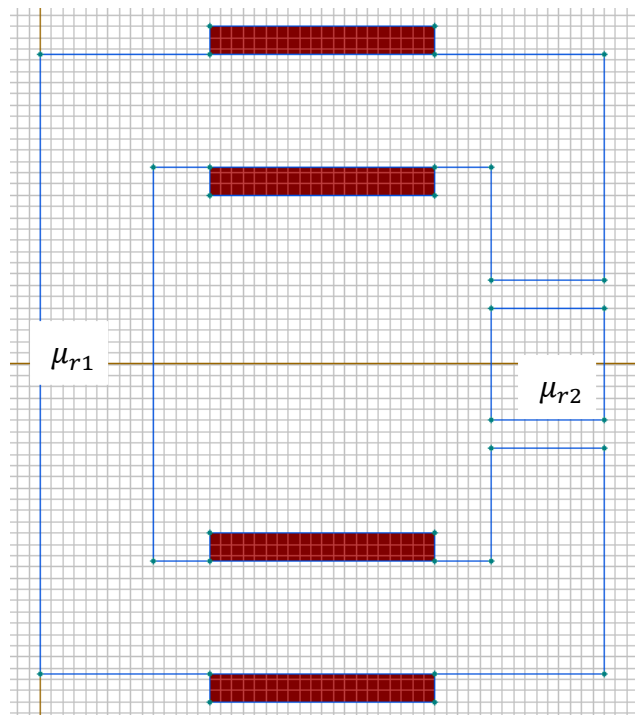


Fig. 4.41 Geometria problemei

Condiții inițiale pentru testarea mesh-ului:

- $i = 1$ A
- $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 10$

Punctele de calcul

$P_0(0,0)$, $P_1(5, -4.5)$, $P_2(5,4.5)$, $P_3(9,0)$, $P_4(-0.5,1)$, $P_5(0,5)$, $P_6(5,-3)$, $P_7(5,3)$

Teste propuse

- testul de mesh (Mesh - cca 200 noduri)
- testul de permeabilitate magnetică
- test al variației densității de curent

6. BIBLIOGRAFIE

1. Uday Dixit – “Finite Element Method: An Introduction”, online: <http://www.iitg.ernet.in/engfac/rtiwari/resume/usdixit.pdf>.
2. “Noțiuni introductive despre metoda elementelor finite”, online: <http://ccimn.ulbsibiu.ro/mef.pdf>
3. “Metoda elementelor finite”, online: http://www.resist.pub.ro/Cursuri_master/
4. Dan Diaconu Șotropa – “Bazele calcului automat al structurilor cu metoda elementului finit, suport curs, Iași, 2013.
5. Gheorghe Gavrilă - „Curs de bazele electrotehnicii – Teoria circuitelor electrice”; Volumul I, , Ed. Academia Militară, București, 1988
6. C.I. Mocanu – „Teoria câmpului electromagnetic”, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1984.
7. Y. Marechal, G. Meunier - „Modélisation des phénomènes électromagnétiques par la méthode des éléments finis”, Cours Cedrat Recherche, 1995, Grenoble, France.
8. Aurel-Ionuț Chirilă, Ioan-Dragoș Deaconu, Constantin Ghiță, Valentin Năvrănescu – „Aplicarea metodei elementului finit pentru determinarea câmpului electromagnetic dintr-un transformator electric trifazat”, EEA 55, nr. 1, ian. - mart. 2007, p. 39
9. Gh. Mândru, M.M. Rădulescu - „Analiza numerică a câmpului electromagnetic”, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1986.
10. “Metoda Elementelor Finite. Concepte Fundamentale. Eficiența modelării cu Elemente Finite”, online: http://www.resist.pub.ro/Cursuri_master/PMEF/PMEF_Curs_02.pdf
11. Finite Element Method Magnetics, User's Manual
12. Tom Judge – “Adaptive BEM and FEM Meshing Increases Confidence in Electromagnetic Simulation Results”
13. Curs de calcul numeric al Facultății de matematică din Iași
14. Tiberiu Tudorache - „Modelarea câmpurilor electromagnetice și termice în sisteme de încălzire prin inducție”, Ed. Electra. București, 2002.
15. QuickField, Finite Element Analysis System, Version 6.0 User's Guide.